Programma di meccanica delle strutture

Programma (contenuti dell'insegnamento)

Prima parte (Statica)

Statica dei corpi rigidi, schemi di corpo libero, equazioni di equilibrio in due e tre dimensioni, vincoli, statica di strutture composte, caratteristiche di sollecitazione e relativi diagrammi.

Importante:

Statica del corpo rigido e delle strutture per determinare i carichi agenti sul singolo componente della struttura tramite l'equazione di equilibrio.
Caratteristiche di sollecitazione in corpi monodimensionali (travi) per vedere come si trasferiscono lungo la trave dai punti di applicazione ai vincoli.

Seconda parte (Resistenza)

Teoria elementare della trave lineare elastica: sollecitazione e deformazione dovuta a carico assiale, torsione, forza di taglio e momento flettente, generalizzazione del concetto di sollecitazione, cerchio di Mohr per sollecitazione piana, tensione equivalente e criteri di resistenza statica.

Importante:

Tensioni nella sezione generica della trave (come i carichi si distribuiscono sulla sezione) e criteri di resistenza.

Terza parte (Spostamenti e iperstatica)

Calcolo degli spostamenti e soluzione di problemi iperstatici utilizzando metodi energetici.

Importante:

Spostamenti della trave come corpo flessibile tramite criteri energetici.
Utilizzo delle condizioni di compatibilità degli spostamenti in aggiunta alle condizioni di equilibrio per risolvere problemi iperstatici.


master
COPY


master
COPY


master
COPY

La statica dei sistemi di travi

STATICA del corpo rigido

- SISTEMI DI FORZE NEL PIANO

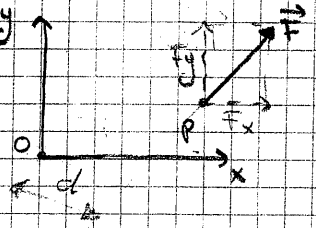
FORZE AGENTI SULLE COSTRUZIONI = SISTEMI nello spazio

FORZA = definita da un vettore $\vec{F}$ ed un punto di applicazione P. Per definire la forza nel piano bisogna conoscere le componenti di $\vec{F}(F_x, F_y)$ e le coordinate di $P(x, y)$.

MOMENTO = più che il punto P, è necessario conoscere la RETTA D'AZIONE della forza. Bisogna dunque considerare la distanza d tra la retta d'applicazione della forza perpendicolare all'origine O.

$$M_O = \pm |\vec{F}| d$$

d = distanza della retta dall'origine





Si ottengono quindi conoscendo $\vec{F}$ e P, 3 parametri: F_x, F_y, M_O

FORZA e MOMENTO sono vettori applicati caratterizzati da intensità, direzione, verso e un punto di applicazione $(O, P: \vec{M_O}, \vec{F_P})$.

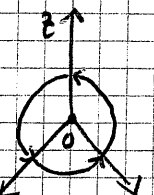
Sist. di riferimento: TERNA CONVENZIONALE destrogira e levogira.

$$\vec{F} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} \quad P = \begin{Bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{Bmatrix} \quad \vec{M} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix}$$

$$Q = \begin{Bmatrix} x_Q \\ y_Q \\ z_Q \end{Bmatrix}$$

dove $\vec{F} = F_x \hat{\imath} + F_y \hat{\jmath} + F_z \hat{k}$

$\vec{M} = M_x \hat{\imath} + M_y \hat{\jmath} + M_z \hat{k}$ ⇒ versori $\hat{\imath}, \hat{\jmath}, \hat{k}$ degli assi x, y, z.

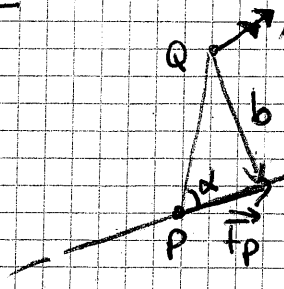


rotazione antioraria rispetto ad asse x

MOMENTO di una forza

si deve conoscere:

- F
- d = b cioè la distanza tra la retta d'azione di F e Q.



$$\vec{M_Q} = \vec{QP} \times \vec{F} = (P - Q) \times \vec{F}$$

$$M_Q = |\vec{QP}||\vec{F}| \operatorname{sen}(\alpha)$$

$$M_Q = Fb$$

Relazioni nel piano:

$$\begin{cases} R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots \\ R_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots \\ M_O = M_{1O} + M_{2O} + \dots \end{cases}$$

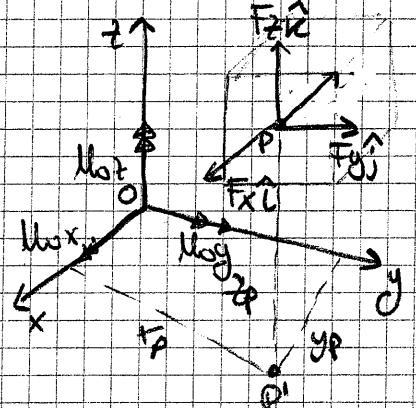
Teorema di Varignon

Applicato $Q \equiv O$ (Q punto che corrisponde al polo)

$\vec{M}_O = \vec{OP} \times \vec{F}$

prodotto vettoriale che si scrive:

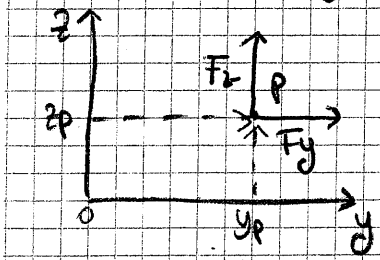
$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x_P & y_P & z_P \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$ (x_P, y_P, z_P coordinate di P rispetto a O)



Determinante

$$\underset{\text{manca } F_x}{(y_P F_z - z_P F_y)}\hat{i} - \underset{\text{manca } F_y}{(x_P F_z - z_P F_x)}\hat{j} + \underset{\text{manca } F_z}{(x_P F_y - y_P F_x)}\hat{k}$$

- SUL PIANO // yz agisce $M_{Ox}\hat{i}$

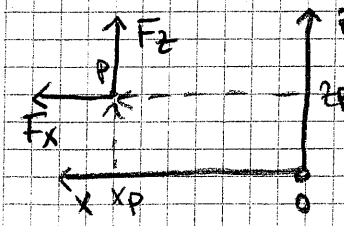


$M_{F_z} = \underset{\text{entrante}}{\oplus} y_P F_z \operatorname{sen}(90)$

$M_{F_y} = \underset{\text{uscente}}{\ominus} z_P F_y \operatorname{sen}(90)$

y_P, z_P braccio

- SUL PIANO // xz agisce $M_{Oy}\hat{j}$

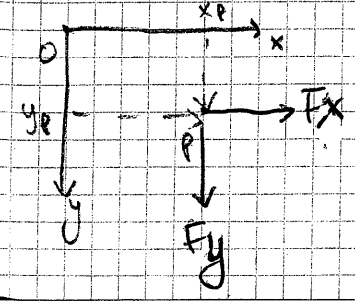


$M_{F_z} = \underset{\text{uscente}}{\ominus} x_P F_z$

$M_{F_x} = \underset{\text{entrante}}{\oplus} z_P F_x$

x_P, z_P braccio

- SUL PIANO // xy agisce $M_{Oz}\hat{k}$

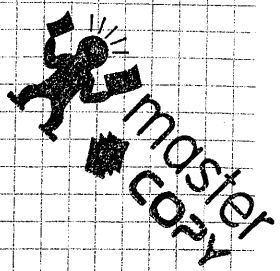


$M_{F_x} = \underset{\text{uscente}}{\ominus} y_P F_x$

$M_{F_y} = \underset{\text{entrante}}{\oplus} x_P F_y$

y_P, x_P braccio

$$\vec{M_O} = \underbrace{F_x(z_p\hat{j} - y_p\hat{k})}_{M_{Oy}+M_{Oz}\perp F_x} + \underbrace{F_y(-z_p\hat{i} + x_p\hat{k})}_{M_{Ox}+M_{Oz}\perp F_y} + \underbrace{F_z(y_p\hat{i} - x_p\hat{j})}_{M_{Oy}+M_{Ox}\perp F_z}$$



Teo Il momento statico di un sistema di forze rispetto a un punto o un asse è equivalente al momento statico della risultante dello stesso sistema di forze rispetto allo stesso punto o asse.

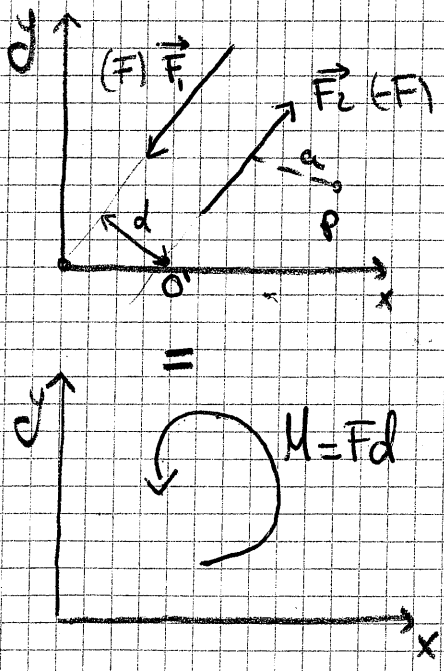
⇓

Questo Teorema serve per ridursi a EQUAZIONI SCALARI e permette di scrivere il momento di una forza con la somma dei momenti nelle sue componenti $M_{Ox}\,\hat{i}$, $M_{Oy}\,\hat{j}$ e $M_{Oz}\,\hat{k}$

In generale:

Se $Q \equiv O$, $M_Q = M_O$ si calcola facendo il determinante di $\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x_p & y_p & z_p \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$. Se $Q \neq O$, allora si fa il determinante di $\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x_p - x_Q & y_p - y_Q & z_p - z_Q \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$

Coppia $\Rightarrow M \neq 0$ anche se $\vec{F}_x + \vec{F}_y = 0$



→ $\vec{F_1}$ e $\vec{F_2}$ hanno stesso modulo, stessa direzione, ma verso opposto.

→ $M_P = -Fa + F(d+a)$
$= -Fa + Fd + Fa$
$= Fd$

→ ⚠ Quando $\vec{R} = 0$ posso scegliere qualsiasi polo per calcolare il MOMENTO DEL SISTEMA; per cui scelgo un polo dove mi si annulla almeno una forza, per esempio O' e vedrò che $M_P = M_{O'}$

$M_{O'} = Fd$