MECCANICA DELLE STRUTTURE

docente: Paola Forte
recapiti: Dici (accanto Polo C) I° piano
cell. 0502218046
email p.forte@ing.unipi.it
home-page → docenti (sito ingegn.)
ricevimento su appuntam.

Testi di riferimento:
- Comi, Dell'Acqua "Introduzione alla meccanica strutturale" McGraw-Hill (per la 2ª parte del corso)
- dispense (STATICA) (1ª parte del corso) → sono sulla home-page + ESAMI CON SOLUZIONI
- approfondimenti: BEGHINI, "Lezioni + Esercitazioni di Tecnica delle costruzioni di macchine" Vol. I, ed. IL CAMPANO

Modalità esame: solo scritto (PORTARE SOLO UN FORMULARIO)
- voto > 15 (15 ÷ 20) con ORALE
- voto > 18 NO ORALE → deve essere una sufficienza generica e completa, non su un solo argomento.

Se non si passa Fisica I non correggae il compito.

(26/09/16)

- Finalità:
  - fornire competenze e strumenti per l'analisi di resistenza e rigidezza di semplici strutture in campo elastico e condizioni di carico statico, mediante calcolo manuale.
    - resistenza → al cedimento (rottura)
    - rigidezza → di cambiamenti
  - portare macchinetta
- Metodologia: Lezioni ed esercitazioni integrate.
- Prerequisiti: Saper:
  - MAT.
    - operare con vettori in componenti cartesiane in 2D e 3D (somma, differenza, prodotto vettoriale (forze))
    - risolvere sistemi di eq. lineari (anche con matrici)
    - calcolare derivate e integrali di funzioni polinomiali (N.B. integrale doppio)
    - Usare la trigonometria
  - FIS.
    - Usare le unità di misura (massa, forza, pressione, spostam.)
    - Applicare i principi della dinamica newtoniana (in particolare statica → Un corpo si mantiene in quiete se la risultante delle forze è nulla. e III principio della dinamica → (azione e reazione))
  - DIS.
    - interpretare semplici schemi e disegni meccanici in assonometria e proiez. ortog.
- Programma → REGISTRO LEZIONI ONLINE (unimap.unipi.it)

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

- Programma:

1) STATICA (~1 mese):
forze e momenti, principio di azione e reazione, equazione di equilibrio, gradi di libertà e vincoli, statica del corpo rigido e di strutture 2D e 3D, solidi monodimensionali (TRAVI): (in particolare) le caratteristiche di sollecitazione (forze e momenti che sollecitano la trave).

2) TEORIA DELLE TRAVI (~1 mese)
effetto di carico normale, Flessione retta e deviata, Taglio, Torsione, tensione ideale e verifica a resistenza.

3) CALCOLO DEGLI SPOSTAMENTI IN TRAVI E STRUTTURE
tramite metodi energetici
→ soluzione di problemi iperstatici → in cui le soluzioni di EQUILIBRIO non sono sufficienti a trovare tutte le variabili in gioco, quindi introdurremo equaz. aggiuntive.
(circa 20 gg finali del corso)

STATICA

Forze e momenti → vettori applicati, cioè caratterizzati da:
→ intensità
→ direzione
→ verso
→ punto di applicazione

$\vec{F_P}$, $\vec{M_Q}$

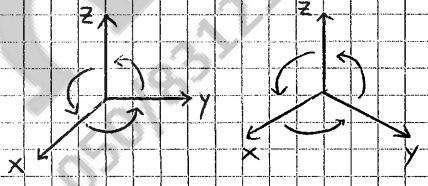
MASTER COPY
Tel. 050 83121126
Cell. 388 9837745

① rappresentati in termini di componenti

$$\vec{F_P} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} \qquad \vec{M_Q} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix}$$

+ coordinate p.T. di applicazione

$$P = \begin{Bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{Bmatrix} \qquad Q = \begin{Bmatrix} x_Q \\ y_Q \\ z_Q \end{Bmatrix}$$



TERNA DI RIFERIM. DESTRA O LEVOGIRA
→ rotazione antioraria



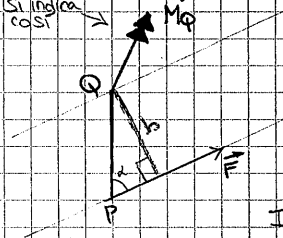
MASTER COPY
Tel. 050 83121126

② rappres.

$\vec{F} = F_x \cdot \vec{i} + F_y \cdot \vec{j} + F_z \cdot \vec{k}$ $\qquad \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ = versori degli assi x, y, z

$\vec{M} = M_x \cdot \vec{i} + M_y \cdot \vec{j} + M_z \cdot \vec{k}$

Si indica così → $\vec{M_Q}$



Def. $\boxed{\vec{M_Q} = \vec{QP} \wedge \vec{F} = (P-Q) \wedge \vec{F}}$

momento di $\vec{F}$ applicata a P, rispetto al polo Q
È definito dal prodotto vettoriale ($\vec{M_Q}$ di $\vec{F_P}$) ed è il vettore ⊥ alla retta su cui giace $\vec{F}$.

$|\vec{M_Q}| = |\vec{QP}| \cdot |\vec{F}| \sin\alpha = F \cdot b$

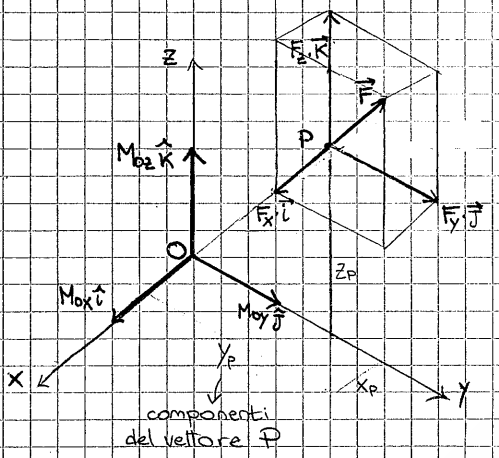
↓ modulo

↓ forza per il braccio

Il valore di M_Q non varia poiché la distanza non varia.

In termini di componenti:

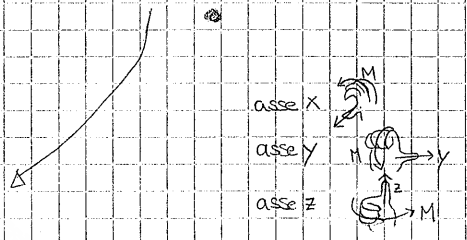
Per semplicità ipotizzo $Q \equiv O$



$$\vec{M}_O = \vec{OP} \wedge \vec{F} = \quad (M_O \perp \vec{OP} \text{ e } \vec{F})$$

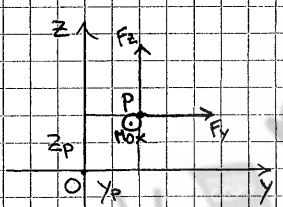
$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x_P & y_P & z_P \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} =$$

$$= (y_P F_z - z_P F_y)\hat{i} - (x_P F_z - z_P F_x)\hat{j} + (x_P F_y - y_P F_x)\cdot\vec{k}$$

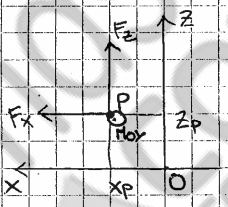


Osserviamo le proiezioni:

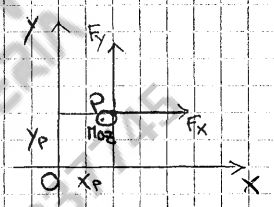
piano yz



piano zx



piano xy

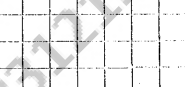


$M_{Ox} = y_P F_z - z_P F_y$

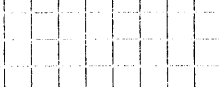
positivo se la forza gira in senso antiorario, negativo se orario



$M_{Oy} = z_P F_x - x_P F_z$



$M_{Oz} = x_P F_y - y_P F_x$



Dunque noto che:

$$\Rightarrow \vec{M}_O = \vec{OP} \wedge \vec{F} = \underbrace{(y_P F_z - z_P F_y)}_{M_{Ox}}\hat{i} + \underbrace{(z_P F_x - x_P F_z)}_{M_{Oy}}\hat{j} + \underbrace{(x_P F_y - y_P F_x)}_{M_{Oz}}\hat{k} =$$

$$= \textcircled{M_{Ox}}\,\hat{i} + M_{Oy}\cdot\hat{j} + M_{Oz}\cdot\hat{k}$$

M_{Ox}: componente di M_O lungo x

manca quella // y

va z

N.B. Nella componente X ci sono solo le componenti che giacciono nel piano $\perp$ a x (manca la comp. // x)

In ogni componente di M_O sono presenti solo le componenti // all'asse.

Non danno momento le componenti // alla componente del momento.

MASTER copy
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

$$\vec{M}_O = M_{Ox}\cdot\hat{i} + M_{Oy}\cdot\hat{j} + M_{Oz}\cdot\hat{k}$$

Teorema di Varignon

Il momento di una forza = $\sum$ (somma dei) momenti delle sue (singole) componenti.

Scrivendo M_O in termini di componenti di F osservo:

$$\vec{M}_O = F_x(z_P\hat{j} - y_P\hat{k}) + F_y(-z_P\cdot\hat{i} + x_P\hat{k}) + F_z(y_P\cdot\hat{i} - x_P\hat{j})$$

F_x non contribuisce al mom. su X, ma a quello $\perp$ al piano su cui agisce (M_{Oy} e M_{Oz})

le componenti di forza contribuiscono alle componenti X e Z del momento, ovvero quelle non parallele!

In generale se $Q \neq O$
(Q punto generico, no origine)

$$\vec{M}_Q = \vec{QP} \wedge \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ (x_P - x_Q) & (y_P - y_Q) & (z_P - z_Q) \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Equilibrio (statico)

- per il punto materiale = ha dimensioni piccole rispetto al sistema

  se $\sum\vec{F} = \vec{R} = 0$



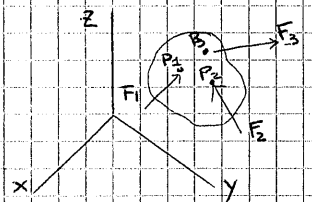
- per il corpo rigido = insieme di punti materiali, la cui distanza è fissa.

  C.N.S. (condizione necessaria e sufficiente) per l'EQUILIBRIO:

  $\vec{R} = 0 \Rightarrow \vec{M}_Q = 0$ ← per il Teorema di trasposizione dei momenti, se il momento è nullo rispetto al polo O, lo è rispetto a qualunque polo (il mom. è nullo indipendentemente dal polo).

$$\vec{M}_{O'} = \vec{O'P} \wedge \vec{R} = (\vec{O'O} + \vec{OP}) \wedge \vec{R} = \vec{OP} \wedge \vec{R} + \vec{O'O} \wedge \vec{R} = \vec{M}_O + \vec{O'O} \wedge \vec{R}$$

N.B



(6 Equaz. scalari in 3D)

Ragionando con le componenti ho per l'EQ.:

$$\begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = 0 \\ R_z = 0 \end{cases} \quad \text{compon. delle forze} \qquad \text{2D} \qquad \begin{cases} M_{Ox} = 0 \\ M_{Oy} = 0 \\ M_{Oz} = 0 \end{cases}$$

Nello spazio ho 3 compon. Nel piano X-Y avrò solo le comp. F_x e F_y e quella $\perp$ del momento (M_z)

OSS. Un corpo non è mai libero nello spazio, ma è vincolato ad altri corpi.
→ Problema: determinare le reazioni vincolari del mondo esterno sul nostro elemento.

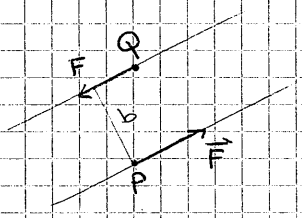
Equilibrio corpo rigido 27/09/16

$$\vec{R}=0 \qquad \vec{M}_Q=0$$

Teo. Trasposizione momento $\qquad \vec{M}_S=\vec{M}_Q+\vec{SQ}\wedge\vec{R}=0$

↓

Si può ricavare il momento generato da una coppia di forze.
Supponiamo di avere 2 forze parallele; per comodità scelgo il polo su una delle 2 forze (dato che è indiff.)



La risultante è nulla: $F-F=0$
Il momento rot è:

$$M_Q=0+F\cdot b$$

Def. Due sistemi di forze si dicono EQUIVALENTI se hanno la stessa risultante $\vec{R}$ e lo stesso momento risultante $\vec{M}$ rispetto a un polo.
⇒ dunque hanno lo stesso effetto sul CORPO RIGIDO (NON DEFORMABILE).

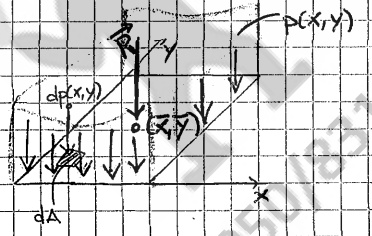
N.B. Ai fini dell'EQUILIBRIO posso sostituire un sistema di forze con uno equivalente (cioè la sua risultante $\vec{R}$ in un determinato punto)

Sistemi di forze STATICAMENTE EQUIVALENTI

$$\vec{R}_1=\vec{R}_2 \qquad \vec{M}_{Q_1}=\vec{M}_{Q_2}$$

ES. CARICHI DISTRIBUITI

Per semplicità supponiamo un'area rettangolare, sulla quale insiste una pressione di una certa legge.
Voglio un sistema pari alla $\vec{R}$ di questa distribuzione e con stesso $\vec{M}_{RIS}$ (EQUIVAL)



Impongo il modulo di $\vec{R}$ uguale a quello della distribuzione:

① $$R=\int_A p(x,y)\,dA$$ = volume sulla superficie

dA: area infinitesima

② $$\begin{cases} M_{oy}=\bar{x}R=\int_A x\,p(x,y)\,dA \\ M_{ox}=\bar{y}R=\int_A y\,p(x,y)\,dA \end{cases}$$

integrali di sup.

Sostituendo la R:

$$\Rightarrow \quad \bar{x}=\frac{\int_A x\,p(x,y)\,dA}{\int_A p(x,y)\,dA}$$

$$\bar{y}=\frac{\int_A y\,p(x,y)\,dA}{\int_A p(x,y)\,dA}$$

corrispondono alle coordinate del baricentro di questo volume.

coordinate x,y BARICENTRO VOLUME

MASSIMO CORISTENA Tel. 070 831212 Cell. 339 9837745