ALGEBRA LINEARE PROF. MARCO FRANCIOSI 26/09/18

LEZIONE 1

NUMERI

UN NUMERO È UN ELEMENTO DI UN INSIEME NUMERICO

NOTAZIONI :

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

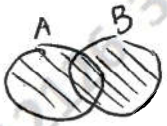
A INSIEME = COLLEZIONE DI OGGETTI $A =$ 

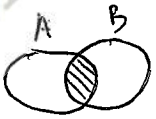
$a \in A$ " a APPARTIENE AD A "

SCRITTURA DI A => $A = \{a : a$ VERIFICA UNA CERTA PROPRIETÀ $P(a)\}$

OPERAZIONI TRA INSIEMI

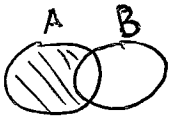
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

UNIONE : $A \cup B$ 

INTERSEZIONE : $A \cap B$ 

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ (non esclusivo) } o \; x \in B\}$$

$$A \cap B = \{x : x \in A \; e \; x \in B\}$$

DIFFERENZA: $A \setminus B =$ 

$$A \setminus B = \{x : x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

INSIEME VUOTO: $\emptyset$

QUANTIFICATORI LOGICI: $\forall$ PER OGNI
$\exists$ ESISTE

IMPLICAZIONE LOGICA: $\Rightarrow$ IMPLICA

$p \Rightarrow q$ (p IMPLICA q)

SE VALE p ALLORA VALE q

EQUIVALENZA LOGICA: $\Leftrightarrow$ "SE E SOLO SE"

NEGAZIONE: NOTAZIONE $\{ \sim$ / NON (o NOT)

IMPORTANTE:

$p \Rightarrow q$ EQUIVALE A $\text{NON } q \Rightarrow \text{NON } p$

master COPY COPISTERIA 050/83[illegible]2126 388/9837745

p = m È UN MULTIPLO DI 4
q = m È UN NUMERO PARI

EQUIVALE A:

NON q $\Rightarrow$ NON p

SE m NON È UN NUMERO PARI ALLORA m NON È UN MULTIPLO DI 4. (DIMOSTRAZIONE PER ASSURDO)

/———/

NEGARE $\forall$ $\Leftrightarrow$ $\exists$ NEGAZIONE (BASTA TROVARE 1 SOLO CASO IN CUI NON SIA VERA L'AFFERMAZIONE)

NEGARE $\exists$ $\Leftrightarrow$ $\forall$ VALE LA NEGAZIONE (BISOGNA CHE TUTTI GLI ELEMENTI NON DEVONO ~~ESSERE~~ SODDISFARE TALE AFFERMAZIONE)

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

INSIEMI NUMERICI:

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

$\subset$ CONTENUTO

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ NUMERI NATURALI

$\mathbb{Z} = \{-2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$ NUMERI RELATIVI

$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : \begin{matrix} a, b \in \mathbb{Z} \\ b \neq 0 \end{matrix} \right\}$ / RELAZIONE DI EQUIVALENZA $\sim$

$\frac{a}{b} \sim \frac{a'}{b'} \iff a \cdot b' = a' \cdot b \qquad \frac{3}{4} \sim \frac{6}{8}$

↑ È EQUIVALENTE

$b \neq 0 \quad b' \neq 0$

— o — o — o —

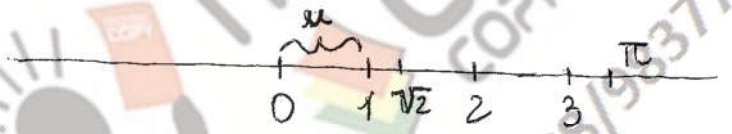
$\mathbb{R} = \{ \text{NUMERI REALI} \}$

2 PROPRIETÀ

1) DATA UNA RETTA r

SE FISSIAMO O = ORIGINE E u = UNITÀ DI MISURA

ALLORA $\{ \text{NUMERI REALI} \} \longleftrightarrow \{ \text{PUNTI SULLA RETTA} \}$



2) CONTINUITÀ :

OGNI NUMERO REALE POSSO RAPPRESENTARLO COME SUCCESSIONE DI INTERVALLI (TIPO SCATOLE CINESI)

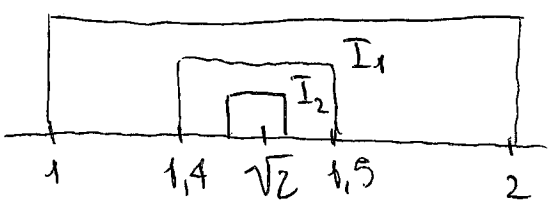
ESEMPIO : $\sqrt{2}$: INTERVALLI SONO LE APPROSSIMAZIONI PER DIFETTO E PER ECCESSO.

$I_0 = [1, 2]$

$I_1 = [1{,}4 \ , \ 1{,}5]$

$I_2 = [1{,}41 \ , \ 1{,}42]$

$I_3 = [1{,}414 \ , \ 1{,}415]$



master copy COPISTERIA 050/8312126 388/9837745

L'EQUAZIONE $2x+6=0$ NON HA SOLUZIONI IN $\mathbb{N}$

MA HA SOLUZIONI IN $\mathbb{Z}$

$x=-3$

L'EQUAZIONE $2x-5=0$ NON HA SOLUZIONI IN $\mathbb{Z}$

MA HA SOLUZIONI IN $\mathbb{Q}$

$x=\frac{5}{2}$

L'EQ. $x^2-2=0$ NON HA SOLUZIONI IN $\mathbb{Q}$

MA HA SOLUZIONI IN $\mathbb{R}$

$x^2-2=0 \implies x=\sqrt{2}, -\sqrt{2}$

$\sqrt{2}$ = L'UNICO NUMERO REALE POSITIVO CHE ELEVATO ALLA SECONDA DÀ 2

L'EQ. $x^2+1=0$ NON HA SOLUZIONI IN $\mathbb{R}$

SI INTRODUCE ALLORA UN'UNITÀ IMMAGINARIA i $\boxed{i=\sqrt{-1}}$

$x^2+1=0 \implies$ ~~$i=\sqrt{-1}$~~ $x=\sqrt{-1}, -\sqrt{-1}$

$\sqrt{-1} = i$, $-\sqrt{-1} = -i$

i VERIFICA LA CONDIZIONE:

$i^2=-1$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745