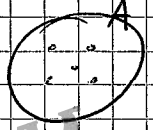
NUMERI

Numero è un elemento di un insieme numerico

Notazioni:

- A insieme = collezione di oggetti

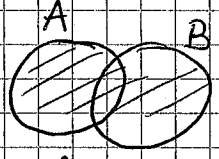


- $a \in A$ = a appartiene ad A

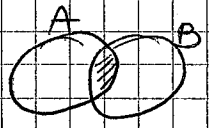
- scrittura di A $\Rightarrow$ $A = \{a : a \text{ verifica proprietà } (P(a)\}$ (tale che) ← insieme si indica con parentesi graffe

Operazioni tra insiemi

- Unione $\longrightarrow$ $A \cup B$



- Intersezione $\longrightarrow$ $A \cap B$

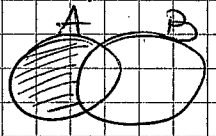


$\downarrow$

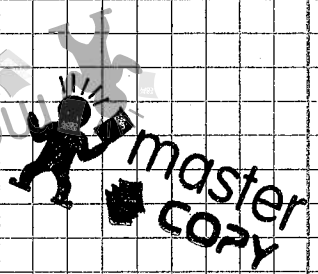
$A \cup B = \{x : x \in A \text{ o } x \in B\}$ $\Rightarrow$ deve essere verificata una proprietà

$A \cap B$ $\{x : x \in A \text{ e } x \in B\}$ $\Rightarrow$ devono essere verificate entrambe le proprietà

- Differenza $\rightarrow$ $A \setminus B$



$A \setminus B$ $\{x : x \in A \text{ e } x \notin B\}$



- Insieme vuoto $\rightarrow$ $\emptyset$

- Quantificatori logici $\rightarrow$ $\forall$: per ogni
  $\exists$: esiste

- Implicazione logica: $\Rightarrow$

$p \Rightarrow q$

p implica q: se vale p allora ~~se p implica q~~ vale q

- Equivalenza logica: $\Leftrightarrow$

se e solo se

p implica q è q implica p

- Negazione: $\sim$ / NON

IMPORTANTE

$p \Rightarrow q$ equivale $NON\,q \Rightarrow NON\,p$

dimostrazione per assurdo

es. p = n è multiplo di 4
q = n è un numero pari

allora $p \Rightarrow q$

che equivale a dire che

$NON\,q \Rightarrow NON\,p$

se n non è un numero pari allora n non è un multiplo di 4

ATTENZIONE

Negare $\forall \Leftrightarrow$ ESISTE LA NEGAZIONE

Negare $\exists \Leftrightarrow \forall$ vale la negazione

- Insiemi numerici:

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

$\subset$ contenuto ($\neq \in$)

- $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3 \dots\}$ NUMERI NATURALI
- $\mathbb{Z} = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2 \dots\}$ NUMERI RELATIVI
- $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z},\ b \neq 0 \right\}$ / Relazione di equivalenza ($\sim$)

NUMERI RAZIONALI

equivalente

$\frac{a}{b} \sim \frac{a'}{b'} \Leftrightarrow ab' = a'b$

$b \neq 0,\ b' \neq 0$

es. $\frac{3}{4} \sim \frac{6}{8}$

• $\mathbb{R}$ = {numeri reali}

$\sqrt{n}$ → unico numero reale positivo che elevato alla seconda dà n

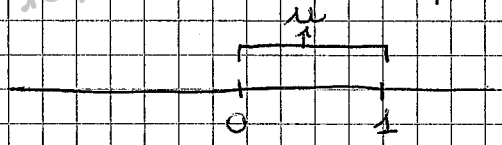
Due proprietà:

① Data una retta r, se fissiamo O = origine e u = unità di misura

ALLORA

i punti sulla retta sono in corrispondenza biunivoca con i numeri reali

{numeri reali} ⟷ (corrispondono) {punti sulla retta}



allora 1 = u
2 = 2u

numeri reali = lunghezza di segmenti

↳ alcuni non sono rappresentati (es. π ed e)

② CONTINUITÀ

Ogni numero reale posso rappresentarlo come successione di intervalli

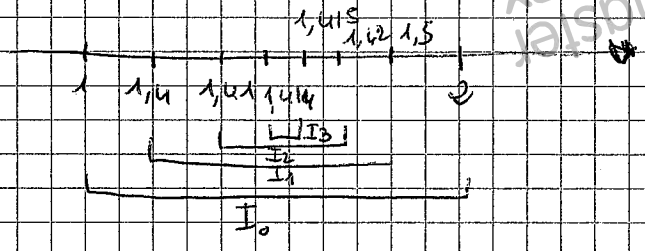
Es. $\sqrt{2}$ intervalli sono le approssimazioni per eccesso e per difetto

$I_0 = [1; 2]$ (scatole cinesi)

$I_1 = [1,4; 1,5]$

$I_2 = [1,41; 1,42]$

$I_3 = [1,414; 1,415]$



master copy

Equazioni

- $2x + 6 = 0$
  non ha soluzioni in $\mathbb{N}$
  ha soluzioni in $\mathbb{Z}$

- $2x - 5 = 0$
  non ha soluzioni in $\mathbb{Z}$
  ha soluzione in $\mathbb{Q}$

- $x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{2}, -\sqrt{2}$
  non ha soluzioni in $\mathbb{Q}$
  ha soluzioni in $\mathbb{R}$

- $x^2 + 1 = 0$
  non ha soluzione in $\mathbb{R}$
  ha soluzioni in $\mathbb{C}$

Introduciamo l'unità immaginaria

$$\boxed{i = \sqrt{-1}}$$

$x^2 + 1 = 0 \leftarrow$
$x = \sqrt{-1}, -\sqrt{-1}$
$\downarrow \quad \downarrow$
$i \quad -i$

i verifica la condizione che $i^2 = -1$

- i
- $i^2 = -1$
- $i^3 =$ per le proprietà delle potenze $i^2 \cdot i = -i$
- $i^4 = i^2 \cdot i^2 = -1 \cdot -1 = 1$
- $i^5 = i^4 \cdot i = 1 \cdot i = i$
- $i^6 = i^4 \cdot i^2 = i^4 \cdot i^2 = 1 \cdot -1 = -1$

IMPORTANTE ↘ $= i^1 = i^5 = i^9 = \dots$ (tutte le potenze che divise per 4 danno come resto 1)

$\dots = i^{10} = i^6 = i^2 = -1$ (resto 2)

i

$1 = i^4 = i^8 = \dots$ (multipli di 4)

$-i$

↳ $= i^3 = i^7 = i^{11} = \dots$ (resto 3)

$i^{517} = ?$

dobbiamo considerare il resto rispetto alla divisione per 4

517	4
11	129
37	
1	

↳ $i^{517} = i$

Pagina del professore:
testo-esercizi → appunti sui numeri complessi (mancano in quel libro)

INSIEME DEI NUMERI COMPLESSI → i numeri complessi permettono di risolvere tutte le equaz. algebriche

$\mathbb{C} = \{x + iy : x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$

$z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = x + iy$

$x = Re(z)$ PARTE REALE

$y = Im(z)$ PARTE IMMAGINARIA

i = unità immaginaria

$i^2 = -1$

In $\mathbb{C}$ esistono le operazioni di + (somma) e · (moltiplicazione)

ES.

$z_1 = 3 + i5$

$z_2 = -1 + i2$

$z_1 + z_2 = (3 + (-1)) + i(5 + 2)$

$2 + i7$

↓ mentre

master copy