INSIEMI NUMERICI

26/09/19

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ insieme dei numeri naturali
- $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ insieme degli interi relativi (numeri + segno)

↓

in $\mathbb{Z}$ esiste operazione $+$ (ogni numero ha il suo opposto)

ogni z in $\mathbb{Z}$ ha il suo opposto $-z$ $\boxed{z + (-z) = 0}$

- $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : \begin{matrix} a \in \mathbb{Z} \\ b \in \mathbb{Z},\ b \neq 0 \end{matrix} \right\} / \sim$ numeri razionali

tali che appartiene

↓

$\sim$: relazione di equivalenza $\frac{a}{b} \sim \frac{a'}{b'}$ se $a \cdot b' = a' \cdot b$

- $\mathbb{R} = \{$ numeri reali $\}$ $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$ ma $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

↓ completamento di $\mathbb{Q}$

$\pi \in \mathbb{R}$ ma $\pi \notin \mathbb{Q}$

$e \in \mathbb{R}$ ma $e \notin \mathbb{Q}$

↓

ogni numero reale corrisponde a una successione di intervalli inscatolati

$[a_0, b_0] \supset [a_1, b_1] \supset [a_2, b_2]$

↓

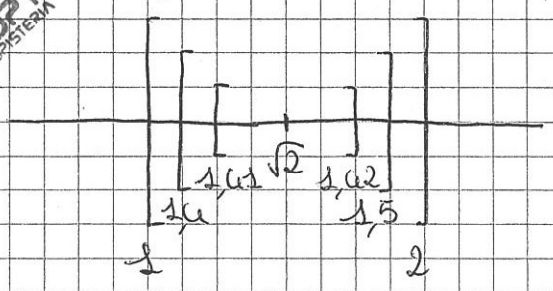
che contiene

ESEMPIO:

$\sqrt{2}$ $[a_0, b_0] = [1, 2]$

$[a_1, b_1] = [1{,}4, 1{,}5]$

$[a_2, b_2] = [1{,}41, 1{,}42]$



P.to fondamentale : data una retta FISSATO un punto O di ORIGINE e FISSATA un unità di misura u

$0 \leftrightarrow 0$ zero origine $u \leftrightarrow 1$

$\mathbb{R} \leftrightarrow$ punti sulla retta

POSTULATO di CONTINUITÀ

Osservazione : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

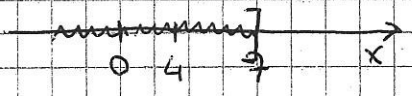
contenuto

N.B. : in $\mathbb{R}$ esiste una relazione d'ordine minore o uguale ($\leq$)

(motivo per cui sulla retta mettiamo una freccia) → ordine di percorrenza

$4 \leq 7$ vera $-5 \leq 4$ vera $7 \leq 7$ vera

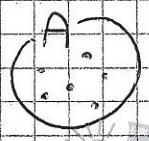
ESERCIZIO : $3x \leq 21 \rightarrow x \leq 7$



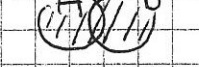
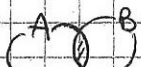
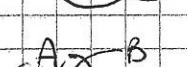
~~$\mathbb{R}$~~

insiemi ↔ collezione di oggetti

$a \in A$ A insieme a appartiene ad A



RELAZIONI TRA INSIEMI

- unione $A \cup B$  $\{x \in A \text{ o } x \in B\}$
- intersezione $A \cap B$  $\{x \in A \text{ e } x \in B\}$
- differenza $A \setminus B$  $\{x \in A \text{ e } x \notin B\}$

INSIEME FONDAMENTALE : insieme vuoto $\emptyset$

QUANTIFICATORI LOGICI:

$\forall$ per ogni

$\exists$ esiste

IMPLICAZIONE LOGICA:

$p \Rightarrow q$: p implica q
se vale p allora vale q

EQUIVALENZA LOGICA :

$p \Leftrightarrow q$: "p" è equivalente a "q"
vale p se e solo se vale q

NEGAZIONE LOGICA :

p proposizione $\emptyset$ oppure $\sim p$ oppure NOT p

IMPORTANTE :

negare [$\forall x$ vale p $\Leftrightarrow$ $\exists x$ per cui vale NOT p]

$\forall x$ vale p: ogni volta che esco di casa piove

$\exists x$ per cui vale NOT p: è esistito un giorno in cui non ha piovuto

negare [$\exists x$ per cui vale p $\Leftrightarrow$ $\forall x$ vale NOT p]

ESEMPI :

x multiplo di 4 $\Rightarrow$ x numero pari

$\forall x$ pari allora x è multiplo di 4

↓ negazione

$\exists x$ pari che non è multiplo di 4

DIMOSTRAZIONE PER ASSURDO :

$p \Rightarrow q$ è equivalente a NOT $q \Rightarrow$ NOT p

(Nego la tesi e arrivo a negare l'ipotesi)

FUNZIONE TRA INSIEMI :

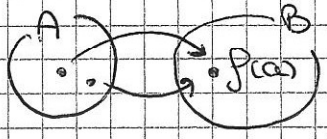
$f: A \to B$

$a \mapsto f(a)$

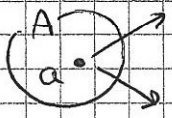
è data da :

1) A = dominio (insieme di partenza)
2) B = codominio (insieme di arrivo)

3) una relazione tra A e B che associa ad ogni a appartenente ad A ($a \in A$) un <u>UNICO</u> $f(a) \in B$



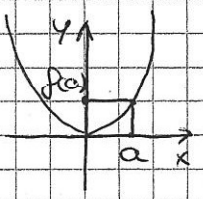
è una funzione



non è una funzione

<u>ESEMPI</u> : 1) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \mapsto x^2$ è funzione



$\mathbb{R}^+ = \{ x \in \mathbb{R} : x \geq 0 \}$

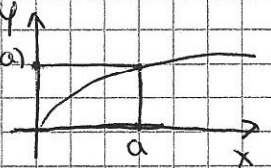
$x \in \mathbb{R}^+$ $\sqrt{x}$ = <u>unico</u> numero reale positivo (≥ 0) tale che $(\sqrt{x})^2 = x$

$\sqrt{4} = 2$ <u>N.B.</u> : l'equazione $x^2 = 4$ ha 2 soluzioni

$x = \begin{cases} 2 = \sqrt{4} \\ -2 = -\sqrt{4} \end{cases}$

2) $f: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$

$x \mapsto \sqrt{x}$ è funzione



27/09/19

IMMAGINE di f : $\text{im}(f) = \{b \in B : \exists\, a \in A \text{ t.c. } b = f(a)\}$

$\text{im}(f) \subseteq B$

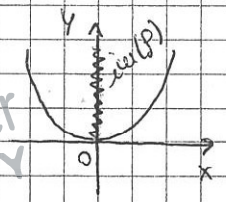
↓

sottoinsieme di B degli elementi raggiunti da una freccia

ESEMPI:

① $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \mapsto x^2$



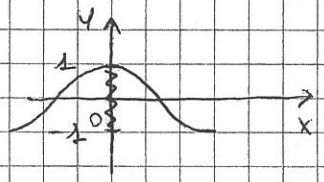
$\text{im}(f) = \{y \in \mathbb{R} : \exists x \text{ t.c. } x^2 = y\} =$

$= \{y : y \geq 0\}$

② $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \mapsto \cos x$

$\text{im}(f) = \{y : \exists x \text{ t.c. } \cos x = y\} = [-1, 1]$



③ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \mapsto 2x$

$\text{im}(f) = \mathbb{R}$

④ $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

$x \mapsto 2x$

$\text{im}(f) = \{\text{numeri pari}\}$

master COPY
master COPY
master COPY COPISTERIA