Lezione 01 — Algebra Lineare — 29/9/20

marco.roudiosi@unipi.it

NUMERI

$N = \{0, 1, 2, \dots\}$ insieme numeri naturali

$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ insieme numeri relativi

$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : \begin{matrix} a \in \mathbb{Z} \\ b \in \mathbb{Z}, \ b \neq 0 \end{matrix} \right\} / \sim$ insieme numeri razionali

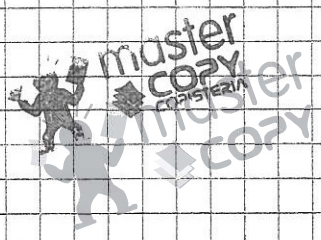
$\frac{a}{b} \sim \frac{a'}{b'} \iff a b' = a' b$

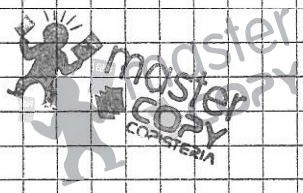
$\mathbb{R} = \{$NUMERI REALI$\}$

$N \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

master copy COPISTERIA

master copy


master
COPY
COPISTERIA


master
COPY
COPISTERIA

Lezione 02 — Algebra lineare — 1/10/20

Insiemi e Logica

- Insieme → una collezione di oggetti

Notazione:

$$A = \{ \text{elementi con una certa proprietà} \}$$

INSIEME VUOTO: $\emptyset$

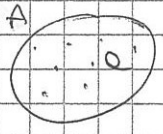
insieme vuoto: insieme che non contiene nessun elemento

$\Updownarrow$

è elemento di un insieme A

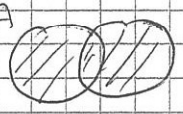
notazione: $a \in A$ $\quad \in$ ← appartenere

Gli insiemi si possono rappresentare tramite i diagrammi di Eulero-Venn



OPERAZIONI TRA INSIEMI

- UNIONE: $A \cup B$



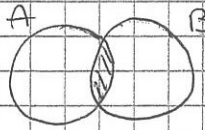
$A \cup B = \{ x : x \in A \text{ oppure } x \in B \}$: ← tali che

oppure $\rightarrow \vee$

unione $\Leftrightarrow \vee$ oppure $\vee$

taliche: notazione alternativa | oppure t.c.

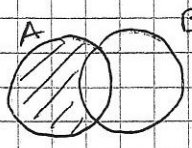
- INTERSEZIONE $A \cap B$



$A \cap B = \{ x : x \in A \text{ e } x \in B \}$

intersezione → e oppure & oppure $\wedge$

- DIFFERENZA $A \setminus B$



$A \setminus B = \{x : x \in A \ \& \ x \notin B\}$ $\in$ appartenere, $\notin$ non appartenere

SIMBOLI

$\forall$ per ogni

$\exists$ esiste

implicazione logica: se vale proprietà P allora vale proprietà q

si scrive $p \Rightarrow q$

$\Rightarrow$ implicazione logica

vale proprietà p "se e solo se" vale proprietà q

si scrive $p \iff q$

NEGAZIONE LOGICA: simboli $\rightarrow \sim$, /

OSSERVAZIONE FONDAMENTALE:

negare la frase "$p \Rightarrow q$" è equivalente a scrivere la frase

"$\sim q \Rightarrow \sim p$"

non q ↑ non p

si inverte il verso della freccia

$(p \Rightarrow q) \iff (\text{non } q \Rightarrow \text{non } p)$ dimostrazione per esercizio

Esempio:

p = "n è multiplo di 4"

n = "n è un numero pari"

$p \Rightarrow q$

se n è multiplo di 4 allora n è numero pari

$\sim q \Rightarrow \sim p$

se n non è numero PARI allora n non è multiplo di 4

IMPORANTE.

(negare $\forall$) $\Leftrightarrow$ (affermare $\exists$ negazione)

Esempio:

p: "$\forall$ partita della Juventus, la Juventus vince"

negazione

$\sim p$: "$\exists$ una partita della Juventus in cui la Juventus non vince"

INSIEMI NUMERICI

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ insieme numeri naturali

$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ insieme dei numeri interi (relativi)

$\mathbb{Q}$ = insieme numeri RAZIONALI $= \left\{ \frac{a}{b} : \begin{matrix} a \in \mathbb{Z} \\ b \in \mathbb{Z} \end{matrix}, b \neq 0 \right\} / \sim$

$\sim$: RELAZIONE di equivalenza

$$\frac{a}{b} \sim \frac{a'}{b'} \Leftrightarrow a b' = a' b$$

Esempio

$$\frac{1}{2} \sim \frac{2}{4} \sim \frac{3}{6} \sim \frac{5}{8}$$

In $\mathbb{Z}$ $\exists$ operazione $+$

VERIFICA le seguenti proprietà

1) • Associative $(a+b)+c = a+(b+c)$

2) • $a+b = b+a$

3) • $\exists$ elemento neutro = zero t.c. $0+a = a \ \forall a$

4) • $\forall a \ \exists -a$ t.c. $a + (-a) = 0$

$-a$ = opposto di a