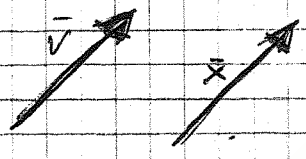
VETTORI [Q1]

L'ente geometrico caratterizzato dalla lunghezza (l), direzione e dal verso di uno dei qualunque segmenti equipollenti ad un segmento orientato AB dicesi VETTORE

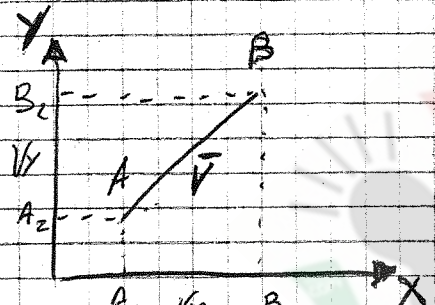
VETTORE $[\bar{V}]$ — $\bar{X}$ = VERSORE di $\bar{V}$, il vettore unitario che ha la stessa direzione e lo stesso verso di $\bar{V}$

LUNGHEZZA DEL VETTORE (MODULO) $[V(*)]$



Numeri e grandezze rappresentate da numeri si dicono SCALARI

La COMPONENTE di $\bar{V}$ è la lunghezza di un vettore equipollente al nostro → COMPONENTE = MODULO DEL NOSTRO VERSORE



$V_X = X_2 - X_1$

$V_Y = Y_2 - Y_1$

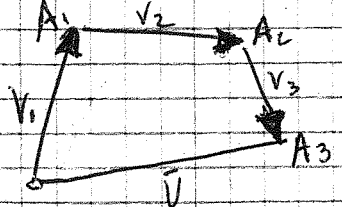
$\bar{V} = \overline{AB} = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$

$\bar{V} = B - A$

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

Dati n vettori e un pto O



$V_1 = A_1 - O$

$A_1 = O + V_1$ $\quad A_2 = A_1 + V_2$

$A_n = A_{n-1} + V_n = V_n = A_n - A_{n-1}$

$A_1 = O + V_1$

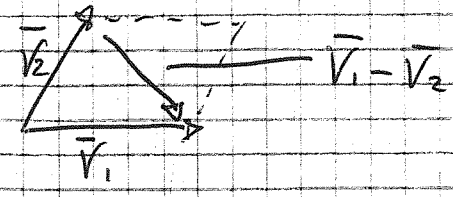
$A_2 = A_1 + V_2$

$A_3 = A_2 + V_2$

$O = A_3 + \bar{U}$

$\bar{U} = A_n - O$ SOMMA O RISULTANTE dei vettori

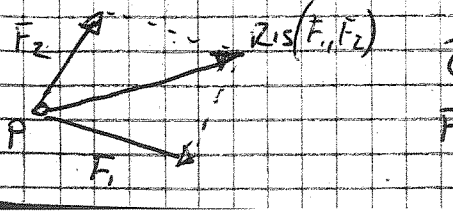
$\bar{U} = \bar{U}_1 + \bar{V}_2 + \dots + \bar{V}_n$



Somma di 2 Vettori non paralleli

MASTER COPY

Tel. 388/9837745



2 forze applicate in P

F_1, F_2

Risultante delle forze F_1 e F_2

Dicesi PRODOTTO SCALARE (o INTERNO) il prodotto di due vettori $\neq 0$

$\bar{u}, \bar{v} \rightarrow \bar{u} \times \bar{v} \qquad u \cdot v \cos(\bar{u}\bar{v})$

moduli dei vettori per il cos dell'ang.

$\hat{i} \times \hat{i} = 1 \qquad \bar{j} \times \bar{j} = 1$

$\hat{i} \times \bar{j} = 0$

$\hat{i} \cdot \hat{i} = 1$
$\hat{i} \cdot \bar{j} = 0$
$\bar{j} \cdot \hat{i} = 0$
$\bar{j}\,\bar{j} = 1$

$\bar{u}\{u_x, u_y\}$
$\bar{v}\{v_x, v_y\}$ componenti di $\bar{u}$ e $\bar{v}$

$\bar{u} = u_x \hat{i} + u_y \bar{j}$

$\bar{v} = v_x \hat{i} + v_y \bar{j}$

Si ha $\bar{u} \times \bar{v} = u_x v_x + u_y v_y$

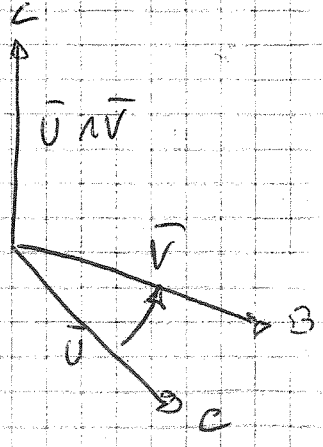
Tale prodotto si annulla quando uno dei vett è nullo o non ortogonali fra loro

$\bar{u}^2 = \bar{v} \cdot \bar{u}$

MASTER COPY
Tel. 388/9837745

PRODOTTO VETTORIALE (o ESTERNO)

$\bar{u}, \bar{v} \rightarrow \bar{u} \wedge \bar{v} \qquad uv \operatorname{sen} \bar{u}\bar{v}$



$\bar{u} \wedge \bar{v} = -\bar{v} \wedge \bar{u}$

if uno dei vettori è nullo

$\bar{u} \wedge \bar{v} = 0$

if i due $\bar{u}$ e $\bar{v}$ sono //

$[A] \quad \{x\} \quad \{b\}$

$K^n \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \quad \{a_j \in K\}$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 1 & 4 & 0 \\ -6 & 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y - 5z = 0 \\ x + 4y = 0 \\ -6x + 2y + 2z = 1 \\ -6z + 2z + 2z = 1 \\ -2z = 1 \quad z = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$\{a_1\} = \{2, 3, -5\}$ $[A] \cdot \{x\} = \{b\}$

$\{a_2\} = \{1, 4, 0\}$

$\{a_3\} = \{-6, 2, 2\}$

$$\begin{bmatrix} 2x+3y-5z \\ x+4y \\ -6x+2y+2z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$c = 2 \quad d = -2$

$\{a_2\} = c\{a_1\} + d\{a_3\}$

$$\begin{Bmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{Bmatrix} + 2 \begin{Bmatrix} -6 \\ 2 \\ 2 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -12 \\ 4 \\ 4 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -10 \\ 7 \\ -9 \end{Bmatrix}$$

(-2)

MATRICE D'IDENTITÀ

$((3,3) \quad (3,1) \quad (3,1)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 12 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix} \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -1 \\ -9 \end{pmatrix}$$

$\#R_M = \#R_V \geq \#R_{RISULTATO}$

$[A] \cdot \{x\} = \{x\}$

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

f INIETTIVA se $f: A \to B$ f INIETTIVA $\to \#A \leq \#B$

f SURIETTIVA se $f: A \to B$ f SURIETTIVA $\to \#A \geq \#B$

f BIGETTIVA se $f: A \to B$ $\#A = \#B$

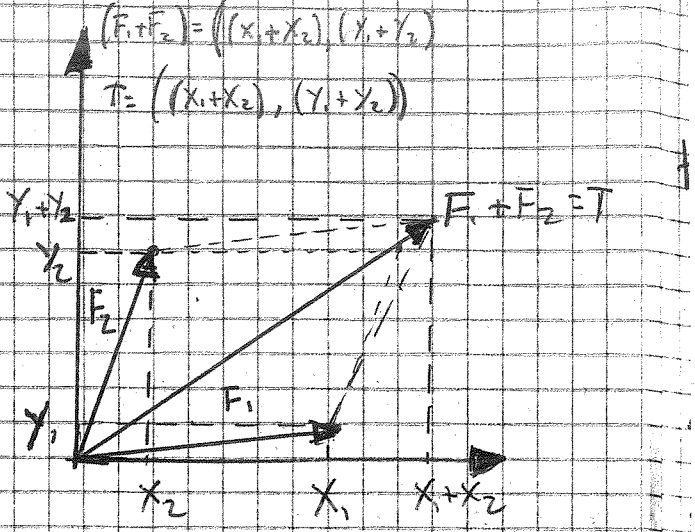
$A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ $\not\exists$ $f: A \to B$ INIETTIVA $\exists$ $f: A \to B$ SURIETTIVA $\#A: 4 > \#B = 3$

$(\lambda_1 \circ \lambda_2) \cdot F = \lambda_1 \cdot (\lambda_2 \cdot F)$

$(\lambda_1 + \lambda_2) \cdot F = \lambda_1 F + \lambda_2 F$

$(F_1 + F_2) \cdot \lambda = \lambda F_1 + \lambda F_2$

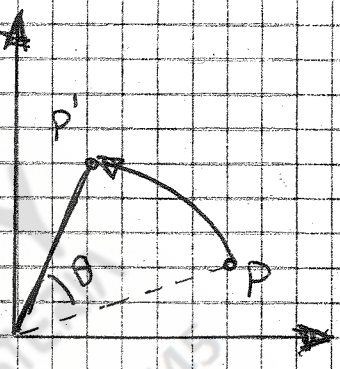
$\lambda \cdot 0 = 0 \circ F = 0$



OMOTETIE

$\lambda \neq 0$ $\quad |\lambda|$ $\quad \lambda \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \lambda X \\ \lambda Y \end{pmatrix}$

$\lambda < 0$



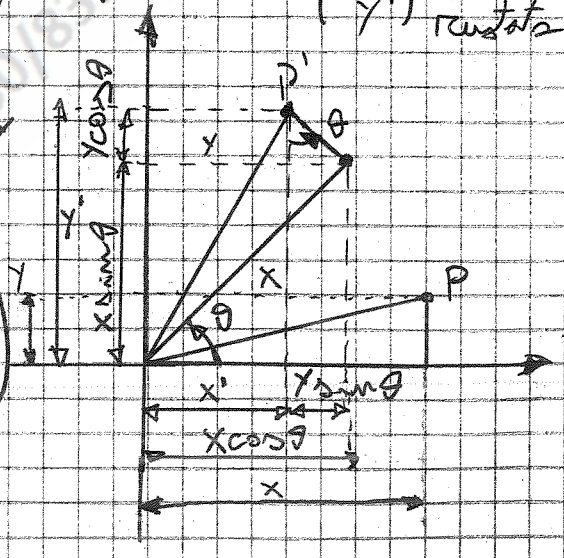
ROTAZIONI

Rotazione intorno all'origine degli assi, determinata da un angolo ϑ

Punto P coordinate $\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$ $\to$ coordinate $\begin{pmatrix} X' \\ Y' \end{pmatrix}$ punto ruotato P'
iniziale

$$\begin{cases} X' = \cos\vartheta X - \sin\vartheta Y \\ Y' = \sin\vartheta X + \cos\vartheta Y \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \end{pmatrix} = R_\vartheta \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \quad R_\vartheta = \begin{pmatrix} \cos\vartheta & -\sin\vartheta \\ \sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix}$$



SPAZI VETTORIALI

È un insieme di vettori dove sono definite le operazioni di "+" e "·"

(+) operazione binaria

$V \times V \to V \qquad (v, w) \qquad (v+w)$

Coppia di Vettori — Vettore (somma di v e w)

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 + w_1 \\ \vdots \\ v_n + w_n \end{bmatrix}$$

$[v] + [w] = [v+w]$

(·) $\mathbb{R} \times V \to V, \qquad (\lambda, v) \qquad \lambda \cdot v$

$\lambda \in \mathbb{R}$ — Vettore — Nuovo vettore (prodotto di v per λ)

$$\lambda \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda v_1 \\ \vdots \\ \lambda \cdot v_n \end{pmatrix}$$

t_c

- $\exists\, 0 \in V : 0 + v = v \;\; \forall\, v \in V$
- $\forall\, v \in V \;\; \exists\, (-v) \in V : v + (-v) = 0$
- $v + (w + u) = (v + w) + u \;\; \forall\, v, u, w \in V$
- $v + w = w + v \;\; \forall\, v, w \in V$
- $\lambda \cdot (v + w) = \lambda v + \lambda \cdot w \;\; \forall\, \lambda \in \mathbb{R}$ e $v, w \in V$
- $(\lambda + \mu) \cdot v = \lambda \cdot v + \mu \cdot v \;\; \forall\, \lambda, \mu \in \mathbb{R}$ e $v \in V$
- $(\lambda + \mu) \cdot v = \lambda \cdot v + \mu \cdot v \;\; \forall\, \lambda, \mu \in \mathbb{R}$ e $v \in V$
- $(\lambda \cdot \mu) \cdot v = \lambda \cdot (\mu \cdot v) \;\; \forall\, \lambda, \mu \in \mathbb{R}$ e $v \in V$
- $1 \cdot v = v, \quad 0 \cdot v = 0 \;\; \forall\, v \in V$
- $a + \emptyset = a \qquad \emptyset + a = a$