RIPASSO BASI TRASMISSIONE DEL CALORE

- ## CONDUZIONE

POSTULATO DI FOURIER

IL GRADIENTE È POSITIVO VERSO T CRESCENTI E IL FLUSSO VA DA T MINORI A T MAGGIORI

$$\dot{q} = \ominus K \nabla T = -K \frac{dT}{dx}$$

1D

LEGA IL FLUSSO AL GRADIENTE DI T, SENZA DARE INFO SULLA VELOCITÀ CON CUI VARIA QUEST'ULTIMO (IPOTESI CHE I DISTURBI SI PROPAGANO CON VELOCITÀ INFINITA)

$K = K(x,y,z,T)$ CONDUCIBILITÀ TERMICA [W/mK], PROPRIETÀ TERMOFISICA DEL MATERIALE; SE IL MATERIALE È ISOTROPO NON DIPENDE DALLE COORDINATE SPAZIALI E LA SI PUÒ RITENERE COSTANTE SE LA SI CONSIDERA IN PICCOLI RANGE DI T.

$K < 0{,}1$ PER I GAS

$K_{AIR} \cong 0{,}025$

$K_{H_2O} \cong 0{,}6$

$K_{ACCIAI\ CONVENZIONALI} \cong 50$

$K_{INOX} \cong 12 \div 20$

$K_{ALLUMINIO} \cong 180 \div 200$ (204)

$K_{RAME} \cong 300 \div 400$ (386)

$K_{ARGENTO} \cong 500$

$K_{CEMENTO} \cong 1{,}4$

$K_{CERAMICI} < 8$

$K_{POLIMERI} \cong 0{,}1$

EQ. TERMICA

EQUAZIONE DELLA DIFFUSIONE PARABOLICA

$$\begin{cases} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial q_k}{\partial x_k} \\ q_k = -K \frac{\partial T}{\partial x_k} \end{cases} \rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_T \frac{\partial^2 T}{\partial x_k^2}$$

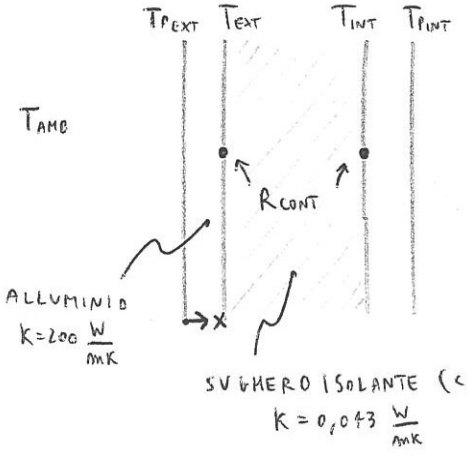
EQ. COSTITUTIVA: IPOTESI K = COST.

SI BASA QUINDI SULLA VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE DEI DISTURBI INFINITA.

PER VALUTARE IL CALORE SCAMBIATO PER CONDUZIONE È POSSIBILE UTILIZZARE L'ANALOGIA ELETTRICA, CONSIDERANDO DIVERSE RESISTENZE TERMICHE:

$$R_{TH} = \frac{S}{KA} \quad [K/W]$$

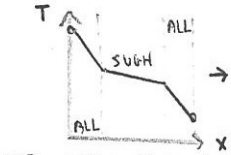
CONSIDERO PER ESEMPIO UN SISTEMA FRIGORIFERO CUBICO CON LA SEGUENTE STRUTTURA:



VALUTO LE R_{TH} → $R_{ALL} = \frac{S_{ALL}}{K_{ALL} A}$, $R_{SUGH} = \frac{S_{SUGH}}{K_{SUGH} A}$ → $R_{ALL} \gg R_{SUGH}$ (ISOLANTE, QUINDI OPPONE UNA ELEVATISSIMA RESISTENZA AL PASSAGGIO DEL CALORE)

6 FACCE

$$\rightarrow \dot{Q} = 6 \cdot \frac{\Delta T}{R_{TOT}} = 6 \cdot \frac{\Delta T}{2 R_{ALL} R_{SUGH}} \cong \frac{6 \Delta T}{R_{SUGH}} = \dot{Q}_{FRIG}$$



NEL SUGHERO HO UNA CADUTA DI T MINORE PERCHÉ HO UNA R_{TH} MAGGIORE E QUINDI, A PARITÀ DI POTENZA TERMICA, UN MINOR ΔT.

PER VALUTARE LA POTENZA SI SONO TRASCURATI GLI EFFETTI TRANSITORI (LA T_{EXT} DURANTE IL GIORNO VARIA) E GLI EFFETTI DI BORDO (SPIGOLI E SPIGOLI TRIPLI) E SI È CONSIDERATO UN CONTATTO IDEALE TRA I MATERIALI, QUANDO INVECE ANDREBBE CONSIDERATA UNA RESISTENZA ADDIZIONALE DI CONTATTO (TRA I MATERIALI POTREBBE INTRODURSI ARIA E, CONDENSANDO, L'ACQUA POTREBBE ALTERARE LA CONDUCIBILITÀ GLOBALE.

- **SCAMBIO TERMICO RADIANTE**

L'ENERGIA RADIANTE VIENE TRASFERITA DA ONDE ELETTROMAGNETICHE IN FORMA DI FOTONI X QUANTI, QUINDI È L'UNICA FORMA DI TRASMISSIONE CHE PUÓ AVVENIRE NEL VUOTO. SE UN CORPO SI TROVA A $T \neq 0K$, ESSO IRRADIERÀ SEMPRE QUALCOSA E IN PARTICOLARE SI PARLA DI DUE GRANDEZZE PRINCIPALI:

- **RADIOSITÀ** (J, B): È TUTTO CIÓ CHE LASCIA IL CORPO CONSIDERATO, QUINDI EMISSIONE + RIFLESSIONE, ANCHE PER L'INTERAZIONE CON ALTRI CORPI;
- **IRRADIANZA** (G, H): È L'ENERGIA EMESSA DAL CORPO PER EFFETTO DELLA SUA T.

IL CORPO PIÙ SEMPLICE, IN CUI RADIOSITÀ E IRRADIANZA COINCIDONO, È IL CORPO NERO (O SUPERFICIE); È UN CORPO CHE ASSORBE TUTTA LA RADIAZIONE INCIDENTE SENZA RIFLETTERE NULLA AD OGNI T E PER OGNI LUNGHEZZA D'ONDA. IN QUESTO CASO SI PARLA DI POTERE EMISSIVO DEL CORPO NERO ("EMISSIVITY")

$$\boxed{q_B = \sigma T_B^4} \; [W/m^2] \rightarrow \boxed{E_B = A q_B} \; [W] \quad \text{CON } \sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4} \text{ COSTANTE DI STEPHAN-BOLTZMANN}$$

SE SI PARLA INVECE DI CORPO GRIGIO VIENE DEFINITA UNA CERTA EMISSIVITÀ ("EMITTANCE") ε, CHE DIPENDE DAL MATERIALE:

$$\boxed{q_G = \varepsilon q_B = \varepsilon \sigma T_B^4} \rightarrow \boxed{E_G = A q_G}$$

$\varepsilon_{\text{ALLUMINIO NON ANODIZZATO}} \simeq 0{,}035$

$\varepsilon_{\text{ALLUMINIO TRATTATO}} \simeq 0{,}8$

$\varepsilon_{\text{INOX}} \simeq 0{,}3$

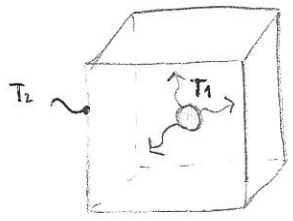
$\varepsilon_{\text{ASFALTO}} \simeq 0{,}88$

$\varepsilon_{\text{VETRO PYREX}} \simeq 0{,}8$

$\varepsilon_{\text{PITTURE ACRILICHE BIANCHE}} \simeq 0{,}9$

OVVIAMENTE MINORE È ε MINORE SARÀ L'EMISSIONE DA PARTE DEL CORPO E QUINDI IL CORPO SI SCALDERÀ DI PIÙ ASSORBENDO DI PIÙ.

COME ESEMPIO CONSIDERO UN TRANSISTOR IN UN AMBIENTE MOLTO GRANDE, PER CUI POSSO CONSIDERARE NERE LE SUPERFICI RISPETTO AL TRANSISTOR. DATA UNA CERTA POTENZA DA DISSIPARE, PARI A QUELLA GENERATA, VOGLIO VALUTARE T_1 DEL TRANSISTOR DI ALLUMINIO IN DUE CASI: ALLUMINIO TRATTATO ($\varepsilon_2 \simeq 0{,}8$) E NON ($\varepsilon_1 \simeq 0{,}035$). MI ASPETTO UNA T_1 MOLTO PIÙ ELEVATA.



$$\dot{Q}_{12} = \varepsilon A \sigma (T_1^4 - T_2^4) = \varepsilon A \sigma T_1^4 - \varepsilon A \sigma T_2^4$$

$$\rightarrow T_1^4 = \frac{\dot{Q}_{12} + \varepsilon A \sigma T_2^4}{\varepsilon A \sigma} \rightarrow T_1 = \sqrt[4]{\frac{\dot{Q}_{12}}{\varepsilon A \sigma} + T_2^4}$$

$\uparrow$ 599 K (ε_1)

$\downarrow$ 342 K (ε_2)

COME MI ASPETTAVO UN'EMISSIVITÀ MINORE MI COMPORTA UNA T MAGGIORE.

QUINDI IN GENERALE TRA DUE CORPI SI SCAMBIA $\dot{Q}_{12} = \varepsilon \sigma A (T_1^4 - T_2^4) F_{12}$ CON F_{12} UN FATTORE DI TRASFERIMENTO, FUNZIONE DELLE GEOMETRIE E DELLE EMISSIVITA'. IL TRASFERIMENTO AVVIENE SEMPRE DAL CORPO A T MAGGIORE A QUELLO A T MINORE, ANCHE IN FUNZIONE DELLA DISPOSIZIONE RECIPROCA UNO RISPETTO ALL'ALTRO. SE UNO DEI DUE CORPI È MOLTO PIÙ GRANDE RISPETTO ALL'ALTRO LA SUPERFICIE MAGGIORE DIVENTA NERA RISPETTO A QUELLA MINORE E $F_{12} = 1$.

PER SEMPLIFICARE IL CALCOLO POSSO PENSARE A UNA LINEARIZZAZIONE DELLO SCAMBIO RADIANTE, ANDANDO A INTRODURRE IL COEFFICIENTE RADIATIVO, VISTO COME UN VERO E PROPRIO COEFFICIENTE DI SCAMBIO CONVETTIVO.

$$Q_{12} = \varepsilon_1 A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) = \varepsilon_1 A_1 \sigma \left[(T_1^2 + T_2^2)(T_1^2 - T_2^2) \right] = \varepsilon_1 A_1 \sigma \left[(T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)(T_1 - T_2) \right]$$

DEFINENDO $h_R = \varepsilon_1 \sigma (T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)$ OTTENGO:

$$\dot{Q}_{12} = h_R A_1 (T_1 - T_2)$$

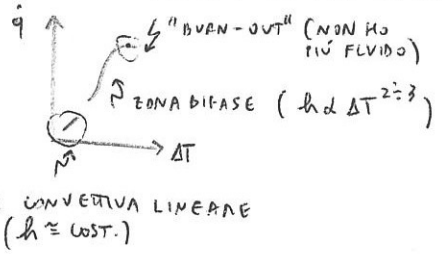
SE INVECE $T_1 \simeq T_2$ POSSO DEFINIRE UNA $T_{MEDIA} = \frac{T_1 + T_2}{2}$ E QUINDI $h_R \simeq 4 \varepsilon_1 \sigma T_M^3$ (KELVIN) ← VALORE SIMILE A $\bar{h}$ IN CONVEZIONE NATURALE!

FACENDO ALCUNI CONTI E CONFRONTANDO $h_R \simeq 4 \varepsilon_1 \sigma T_M^3$ CON $h_R = \varepsilon_1 \sigma (T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)$ POSSO VERIFICARE CHE QUESTA APPROSSIMAZIONE È VALIDA PER T ANCHE FINO A 100°C.

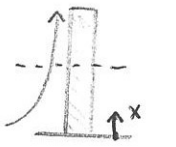
→ R_{RAD} È UN'APPROSSIMAZIONE VALIDA SE $\frac{1}{4} \left(\frac{\Delta T}{T_M} \right)^2 \ll 1$! (T_M IN KELVIN)

- **SCAMBIO CONVETTIVO**

È GOVERNATO DALLA LEGGE DI NEWTON $\dot{q} = \tilde{h} (T_\infty - T_S)$ CON $\tilde{h}$ IL COEFFICIENTE DI SCAMBIO CONVETTIVO, CHE NON È COSTANTE MA DIPENDE DAL FLUSSO ($\vec{v}$), DALLA GEOMETRIA E SOPRATTUTTO DAL SALTO DI T. PER ESEMPIO IN UN DIAGRAMMA $\dot{q} - \Delta T$ SI POSSONO DISTINGUERE PIÙ ZONE:



IN CONVEZIONE NATURALE $h \propto \Delta T^{1/4}$ IN LAMINARE E $h \propto \Delta T^{1/3}$ IN TURBOLENTO. SE CONSIDERO PER ESEMPIO UNA FINESTRA:



$$\begin{cases} \text{IN LAMINARE} & h_c = 1{,}07 \left(\frac{\Delta T}{x} \right)^{1/4} \rightarrow \dot{q} \propto \Delta T^{5/4} \\ \text{IN TURBOLENTO} & h_c = 1{,}3 \, \Delta T^{1/3} \rightarrow \dot{q} \propto \Delta T^{4/3} \end{cases}$$

SI AVRÀ QUINDI UN x_{TR} IN CUI SI HA IL PASSAGGIO DA LAMINARE A TURBOLENTO E PER VALUTARLO DEFINISCO IL N° DI GRASHOF:

$$Gr = \frac{\beta \Delta T g L_c^3}{\nu^2} \rightarrow \begin{cases} Gr > 10^9 & \text{TURBOLENTO} \\ Gr < 10^9 & \text{LAMINARE} \end{cases}$$ QUINDI $Gr_{CR} \simeq 10^9$

PER VERIFICARE SE ESISTE UNA X_{TR} NEL CASO PRECEDENTE, NOTA LA DIMENSIONE DELLA FINESTRA E IL $\Delta T_{INT/EXT}$ PONGO $Gr = 10^9 = \frac{\beta \Delta T_c g X_{TR}^3}{\nu^2}$ E RICAVO X_{TR}.

AVRÒ QUINDI DUE ZONE CON DUE h_c DIVERSI, RICAVABILI CON DUE CORRELAZIONI DIVERSE; POSSO VALUTARE UN h_c MEDIO:

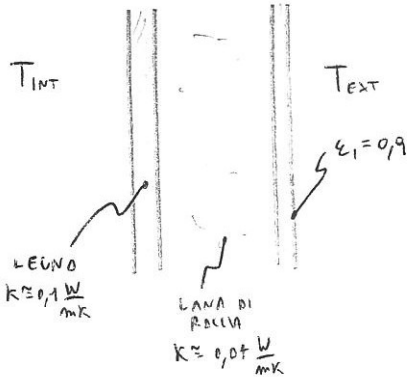
$$\overline{h_c} = \frac{1}{L}\left[\int_0^{X_{TR}} h_{c_{LAM}}\, dx + \int_{X_{TR}}^{L} h_{c_{TURB}}\, dx\right]$$

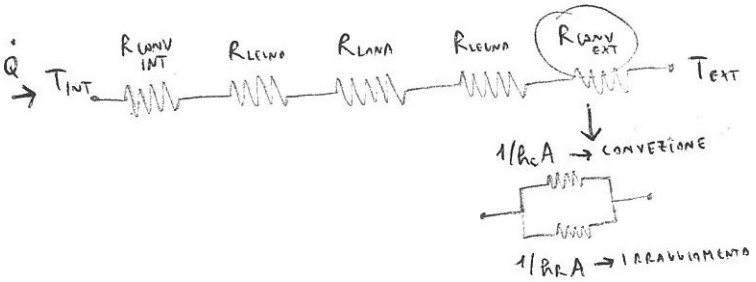
È QUESTO IL MOTIVO PER IL QUALE SI DEVE EVITARE FORMAZIONE DI GHIACCIO O CONDENSA NELLA PARTE INFERIORE DELLA FINESTRA (IN TURBOLENTO SI SCAMBIA DI PIÙ).

master COPY

- **MECCANISMI COMBINATI DI SCAMBIO TERMICO**

SI UTILIZZA L'ANALOGIA ELETTRICA; PRENDO COME ESEMPIO UNA PARETE:





$$\rightarrow R_{CONV\ EXT} = \frac{1}{h_c + h_R}$$

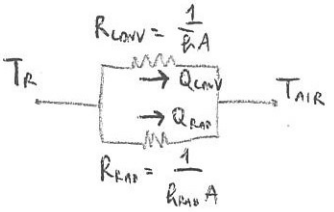
master COPY COPISTERIA

$$\rightarrow \boxed{\dot{Q}_{TOT} = U A \Delta T}$$

CON $\frac{1}{U} = \frac{1}{h_{CONV\ INT}} + 2\frac{S_{LEGNO}}{K_{LEGNO}} + \frac{S_{LANA}}{K_{LANA}} + \frac{1}{h_c + h_R}$ LA TRASMITTANZA GLOBALE

master COPY

ES. CONSIDERO UN RESISTORE CHE DISSIPA $0,1\,W$; È CILINDRICO CON $d = 3,6\,mm$ E LUNGO $l = 10\,mm$. NELLA CABINA L'ARIA È INIZIETE A $35°C$, $\bar{h} = 13\,\frac{W}{m^2K}$ E $\varepsilon = 0,9$. MI CHIEDO LA T DEL RESISTORE.



PER STIMARE h_{RAD} DEVO CONOSCERE UNA T_M MEDIA E PER FARLO DEVO STIMARE LA T_R DEL RESISTORE. IPOTIZZO PER ES. $T_R = 50°C$ E QUINDI:

$$T_M = \frac{T_{AIR} + T_R}{2} = \frac{35 + 50}{2} \simeq 43°C = 316\,K$$

$$\rightarrow h_{RAD} = 4\sigma T_M^3 \varepsilon = 4 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 316^3 \cdot 0,9 = 6,44\,\frac{W}{m^2K}$$

$$R_{RAD} = \frac{1}{h_{RAD}A} = \frac{1}{h_{RAD}\pi dl} = \frac{1}{6,44 \cdot 3,14 \cdot 0,0036 \cdot 0,01} = 1373\,\frac{K}{W}$$

$$R_{CONV} = \frac{1}{\bar{h}A} = \frac{1}{13 \cdot 3,14 \cdot 0,0036 \cdot 0,01} = 680\,\frac{K}{W}$$

$$\rightarrow R_{TOT} = \frac{1}{\frac{1}{R_{RAD}} + \frac{1}{R_{CONV}}} = \frac{1}{\frac{1}{1373} + \frac{1}{680}} = 455\,\frac{K}{W}$$

master COPY COPISTERIA

ORA:

$$Q = \frac{T_R - T_{AIR}}{R_{TOT}} \rightarrow T_R = Q R_{TOT} + T_{AIR} = 0,1 \cdot 455 + 35 = 80,5°C$$

ORA POSSO RIVALUTARE $T_M = \frac{35 + 80,5}{2} \simeq 58°C$ E QUINDI $h_{RAD} = 7,4\,\frac{W}{m^2K}$

$$\rightarrow R_{RAD} = 1195,5\,\frac{K}{W} \rightarrow R_{TOT} = 433,45\,\frac{K}{W}$$

$$\Rightarrow T_R = 78°C$$

MI CHIEDO SE È VALIDA L'APPROSSIMAZIONE DI h_{RAD} $\rightarrow \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta T}{T_M}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{78 - 35}{58 + 273}\right)^2 = 0,004 \ll 1$ ✓

ES. E SE $Q \rightarrow 0$ (IL RESISTORE SI SPEGNE), QUANTO CI METTE A RAFFREDDARSI? $K = 10\,\frac{W}{mK}$, $\rho = 2000\,\frac{kg}{m^3}$, $c_p = 700\,\frac{J}{kgK}$.

PER VEDERE SE È APPLICABILE IL MODELLO A PARAMETRI CONCENTRATI VALUTO IL N° DI BIOT:

$$Bi = \frac{h_{EFF} r_0}{K} \quad \text{CON } h_{EFF} = h_{RAD} + \bar{h} = 7,4 + 13 = 20,4\,\frac{W}{m^2K} \text{ E } r_0 = \frac{D}{2} = \frac{0,0036}{2} = 0,0018\,m$$

$$\rightarrow Bi = \frac{20,4 \cdot 0,0018}{10} = 0,0037 \ll 1$$ ✓

QUINDI VALUTO LA COSTANTE DI TEMPO:

$$\tau = \frac{\rho c V}{h_{EFF} A} = \frac{2000 \cdot 700 \cdot \pi \frac{0,0036^2}{4} \cdot 0,01}{20,4 \cdot \pi 0,0036 \cdot 0,01} \simeq 625$$