FORZA di COULOMB $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$ (+ se repulsiva, − se attrattiva) $\quad \varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}\ \frac{C^2}{N\cdot m^2}$

CAMPO ELETTRICO $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho\cdot d\tau}{|r-r_0|^3}(\vec{r}-\vec{r_0})$ con $\vec{r}$ = posizione di P, $\vec{r_0}$ = " " $d\tau$

- filo infinito: $E = \lambda/2\pi r\varepsilon_0$
- spira: $E = \lambda r x/2\varepsilon_0(x^2+r^2)^{3/2}$ $\quad r$ = raggio
- piano infinito: $E = \sigma/2\varepsilon_0$
- sfera: $E_{est} = Q/4\pi\varepsilon_0 r^2$ $\quad E_{int} = Qr/4\pi\varepsilon_0 R^3$ $\quad R$ = raggio

TEOREMA di GAUSS: flusso di E_0 nel vuoto di una superficie chiusa è pari alla somma delle cariche interne diviso per ε_0

$$\Phi_S(\vec{E_0}) = \int_S \vec{E_0}\cdot d\vec{S} = \int_S \vec{E_0}\cdot\vec{n}\,dS$$

Teorema della divergenza $\quad \Phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E}\,d\vec{S} = \int_\tau \mathrm{div}(\vec{E})\,d\tau$

POTENZIALE = lavoro per unità di carica per spostare una carica da ∞ a P

$$V_0 = -\int_A^P \vec{E_0}\,d\vec{l} + V_0(A) = -\int_\infty^P \vec{E_0}\cdot d\vec{l} = \frac{U_P}{q} \qquad \vec{E_0} = -\vec{\nabla}(V_0)$$

$$\Delta V_{AB} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{\Delta U}{q} \qquad V_0(r) = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\rho\,d\tau}{|r-r_0|}$$

Campo conservativo $\quad \oint \vec{E}\,d\vec{l} = 0$

- carica puntiforme: $V_0 = Q/4\pi\varepsilon_0 r$
- anello carico: $V_0 = Q/4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+x^2}$ $\quad R$ = raggio
- disco carico: $V_0 = \sigma(\sqrt{R^2+x^2}-x)/2\varepsilon_0$ $\quad x$ = distanza lungo l'asse
- sbarretta finita: $V_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\lambda\ln\left(\frac{l+\sqrt{a^2+l^2}}{a}\right)$ $\quad l$ = lunghezza, a = distanza verticale di P

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

FREQUENZA DI RISONANZA

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\ddot{x}}{x}} = \sqrt{\frac{1}{m}\frac{\partial F(r)}{\partial r}}$$

moto
- in fase = distanza costante
- controfase = distanza variabile
- indifferente: $F = 0$

DIPOLO ELETTRICO

$\vec{p} = \vec{dq}$ (da − a +) $\quad V_p = \frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$ all'infinito $\quad \vec{E} = (E_r, E_\theta) = \left(\frac{2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}, \frac{p\,\mathrm{sen}\,\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\right)$

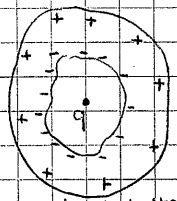
Momento di dipolo sottoposto a $\vec{E_0}$ esterno $\rightarrow \vec{M} = \vec{p}\times\vec{E_0}$ (orienta i dipoli parallelamente a $\vec{E_0}$)
Energia potenziale $U = -\vec{p}\cdot\vec{E_0}$ $\rightarrow$ equilibrio stabile se $\rightarrow P \rightarrow E_0$, instabile se $\rightarrow P \leftarrow E_0$

ENERGIA DI CONFIGURAZIONE $\mathcal{L}_{TOT} = U^{conf} = \frac{1}{2}\sum q_i V_i = \frac{1}{2}\int \rho V\,d\tau$

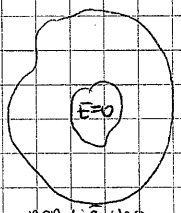
CONDUTTORI
- elettroni liberi di muoversi
- campo elettrico interno nullo
- " " in superficie $\perp S$
- potenziale costante (interno = esterno) in superficie
- cariche in eccesso solo in superficie
- per spostare una q dall'interno alla superficie il lavoro è nullo

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Conduttore con cavità →



cariche indotte distribuite



non c'è una carica nella cavità

Due conduttori collegati sono allo stesso potenziale

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R$$ per una sfera

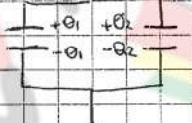
TECNICA DELLA CARICA IMMAGINE: usiamo un conduttore connesso a terra ($V=0$) e un insieme di cariche da un lato. Si rimuove il conduttore e si dispongono in modo simmetrico le stesse cariche con segno opposto così che la somma dei potenziali sia nulla sulla superficie del conduttore. Così si hanno le stesse condizioni al contorno

CONDENSATORI $C = \frac{Q}{\Delta V}$

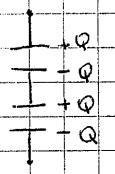
- sferico $C = 4\pi\varepsilon_0 \cdot R_1R_2/(R_1-R_2)$
- cilindrico $C = 2\pi\varepsilon_0 \ell / \log(R_2/R_1)$
- piano $C = \frac{S}{d}\varepsilon_0$

MASTER COPY
Tel. 050 831 2126
Cell. 388 9837745

In parallelo:
$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$
$Q_{TOT} = Q_1 + Q_2$
$C_{eq} = C_1 + C_2$



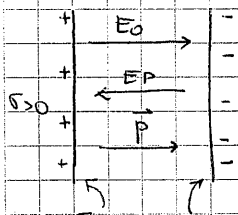
In serie
$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$
$Q_{TOT} = Q_1 = Q_2$
$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$



ENERGIA IMMAGAZZINATA $\mathcal{L} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QV$ (lavoro per caricarlo)

DENSITÀ DI ENERGIA nel volume: $\mu = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

DIELETTRICI materiale isolante (atomi non liberi) che diminuisce in ogni punto il potenziale e aumenta la capacità di un fattore ε_r → $C/C_0 = \varepsilon_r$ se il dielettrico riempie lo spazio compreso tra le armature



$\vec{E} = \vec{E_0} + \vec{E_p}$ → $E = E_0 - E_p = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_p}{\varepsilon}$ = campo agente sul dielettrico

VETTORE POLARIZZAZIONE ELETTRICA $\vec{P} = \frac{\sum p_i}{\tau} = \varepsilon_0 \chi E = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)E$

DENSITÀ SUPERFICIALE DI CARICA DI POLARIZZAZIONE $\sigma_P = \vec{P}\cdot\vec{n}$ $\vec{n}$ uscente dal dielettrico

DENSITÀ VOLUMICA DI CARICA DI POLARIZZAZIONE: $\rho_p = -\mathrm{div}\,\vec{P}$ $\rho_p = 0$ se $\vec{P}$ uniforme

$\Phi_S(\vec{E}) = \frac{q_{lib} + q_{pol}}{\varepsilon_0}$ **VETTORE SPOSTAMENTO ELETTRICO** $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$

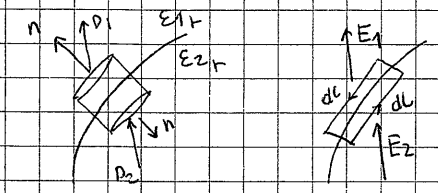
CARICA LIBERA: $\vec{D}\cdot\vec{n} = \sigma_{lib}$ $q_{lib} = \Phi_S(\vec{D})$ = carica sulla superficie del conduttore

Il flusso di $\vec{D}$ attraverso una superficie chiusa che contiene q_{lib} e q_{pol} dipende solo dalle cariche libere

RELAZIONE σ_{pol} e σ_{lib} $\quad P = \sigma_{pol} = \varepsilon_0 \chi E = \varepsilon_0 \chi \frac{D}{\varepsilon} = \varepsilon_0 \chi \frac{\sigma_{lib}}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} \sigma_{lib}$

se il dielettrico riempie completamente il condensatore $\Rightarrow$ $\vec{D} = \vec{D_0} \quad V = \frac{V_0}{\varepsilon_r} \quad C = C_0 \cdot \varepsilon_r \quad \vec{E} = \frac{\vec{E_0}}{\varepsilon_r}$

CONDIZIONI AL CONTORNO – interfaccia tra dielettrici



$D_{\perp 1} = D_{\perp 2}$ se non ci sono cariche libere
$E_{\parallel 1} = E_{\parallel 2}$

MASTER COPY
Tel. 080 631 2126
Cell. 328 9837745

DENSITÀ DI ENERGIA NEL DIELETTRICO $\quad \mu = \frac{1}{2} D^2 / \varepsilon$

CORRENTE quantità di carica che attraversa una superficie di conduttore nell'unità di tempo

$I = \frac{dq}{dt}$ stazionaria se costante nel tempo

se si applica a un conduttore una fem, all'agitazione termica si somma un moto di deriva

VELOCITÀ DI DERIVA $\quad v_D = \frac{1}{2} \frac{q}{m} E \tau_c$ con τ_c = tempo medio tra gli urti

MOBILITÀ DI DERIVA $\quad \mu = \frac{1}{2} \frac{q}{m} \tau_c \qquad \vec{v_D} = \vec{E} \mu$

DENSITÀ DI CORRENTE $\quad \vec{J} = \rho \vec{v} = \frac{I}{S} = \rho \mu \vec{E} = \sigma \cdot \vec{E}$ $\quad \sigma$ = conducibilità del conduttore

$i = \Phi_S(J)$

LEGGE DI CONTINUITÀ DELLA CORRENTE $\quad \mathrm{div}(\vec{J}) = -\frac{d\rho}{dt}$ se la carica in un volume τ varia nel tempo allora è dovuta alla carica che fluisce nella superficie S che racchiude τ

$i = \int \sigma E_n \, dS = \sigma Q / \varepsilon_0$ SEMPRE VERO

In condizioni stazionarie $\Phi_{S\,chiusa}(\vec{J}) = 0$ la corrente che fluisce attraverso 2 sezioni è la stessa

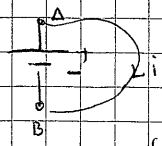
RESISTENZA $\quad R = \rho \frac{\ell}{S} = \frac{1}{\sigma} \frac{\ell}{S} \qquad \rho = \frac{1}{\sigma}$ = resistività

Andamento con la temperatura $\quad \rho(t) = \rho_0 (1 + \alpha (T - T_0))$ $\quad \rho_0$ a 0°C

EFFETTO JOULE: il passaggio di corrente in un conduttore ne provoca il riscaldamento e il conduttore disperde nell'ambiente la potenza elettrica dissipata dal campo

$\frac{W}{\text{volume}} = \vec{J}\vec{E} \qquad W = I \Delta V = I^2 R = \frac{\Delta V^2}{R}$ $\quad$ ENERGIA DISPERSA $\quad E = \int W \, dt$

GENERATORE DI TENSIONE $\quad +$ = anodo, $-$ = catodo (morfeth)



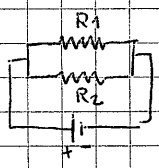
Dispositivo capace di mantenere una differenza di potenziale costante ai capi di un conduttore percorso da corrente

fem = lavoro fatto dal campo elettromotore per spostare la carica positiva unitaria dal morsetto negativo a quello positivo = coincide con ΔV_{AB} se il circuito è aperto.
se il circuito è chiuso allora $\Delta V_{AB} = \text{fem} - R_i \, i$

CORRENTE DI CORTO CIRCUITO $\boxed{i = \frac{fem}{R_i}}$

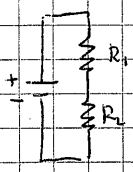
Resistori in parallelo

$$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2$$
$$I = I_1 + I_2$$
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$



Resistori in serie

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$$
$$I = I_1 = I_2$$
$$R_{eq} = R_1 + R_2$$



LEGGI DI KIRCHOFF

- nodi = a ogni nodo la somma delle correnti è nulla.

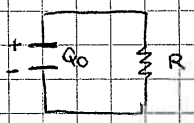
$$\boxed{\Sigma i = 0}$$ (− se uscente, + se entrante) → conservazione della carica

- maglie = la somma delle differenze di potenziale ai capi di una maglia è nulla

$$\boxed{\Sigma \Delta V = 0}$$ → conservazione dell'energia

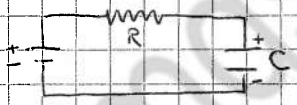
SUPER CONDUTTORI = resistività nulla → $R = 0$ → Φ si conserva

SCARICA DI UN CONDENSATORE



$$\frac{Q - q(t)}{C} = \dot{q}(t) \cdot R \rightarrow \boxed{\begin{aligned} q(t) &= Q_0\left(1 - e^{-t/RC}\right) \\ i(t) &= \frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC} \end{aligned}}$$

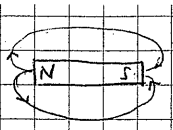
CARICA DI UN CONDENSATORE



$$fem - \frac{Q(t)}{C} = R \cdot \frac{dQ}{dt} \rightarrow \boxed{\begin{aligned} Q(t) &= fem \cdot C \cdot \left(1 - e^{-t/RC}\right) \\ V(t) &= fem\left(1 - e^{-t/RC}\right) \\ i(t) &= \frac{fem}{R}\left(e^{-t/RC}\right) \end{aligned}}$$

MASTER COPY
Tel. 050 831 2126
Cell. 338 9837745

Non è possibile isolare monopoli magnetici.



LINEE DI FORZA = sempre chiuse, quindi è nullo il flusso uscente da una superficie chiusa
OSSERVAZIONE DI OERSTED = un filo percorso da corrente genera un campo magnetico

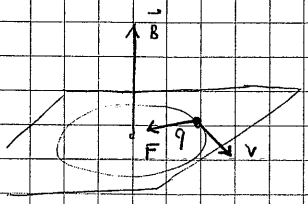
FORZA DI LORENZ $\boxed{F_L = \frac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\frac{v^2}{c^2} = \frac{i q v}{2\pi\varepsilon_0 R c^2}}$ con c = velocità della luce

$\boxed{\vec{F_L} = q\vec{v}\times\vec{B}}$ particella che si muove con velocità V sottoposta a B

$\boxed{\vec{F_L} = i\vec{L}\times\vec{B} = i\int_a^b d\vec{\ell}\times\vec{B}}$ filo di lunghezza L percorso da corrente i sottoposto a un campo B

- $F_L = 0$ se $\vec{v}\parallel\vec{B}$, $\vec{L}\parallel\vec{B}$
- F_L è ortogonale a V e a B
- F_L non compie lavoro per spostare una carica → una carica ferma in un B non è soggetta a forza magnetica

MOTO DI UNA PARTICELLA



La forza F ha modulo costante ed è ⊥ a V
Moto circolare uniforme (antiorario se $q>0$)

$\boxed{a_c = \frac{qvB}{m}}$ $\boxed{R = \frac{mV}{qB}}$ $\boxed{\omega = \frac{V}{R} = \frac{qB}{m} = \frac{2\pi}{T}}$ $\boxed{T = \frac{2\pi m}{qB}}$

LEGGE DI BIOT-SAVART: in circuito ℓ percorso da corrente stazionaria i genera nello spazio vuoto circostante un campo magnetico calcolato come somma dei contributi dB_0 prodotti dai singoli elementi dℓ del circuito

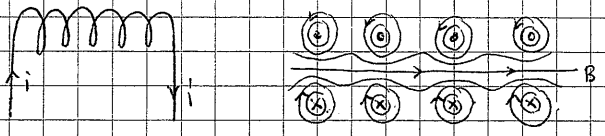
$\boxed{dB_0 = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\cdot\frac{d\vec{\ell}\times\Delta\vec{r}}{|\Delta\vec{r}|^3}}$ con $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r_0}$ $\vec{r}$ = posizione di P, $\vec{r_0}$ = posizione di dℓ

μ_0 = permeabilità magnetica nel vuoto = $4\pi\cdot10^{-7}\ \frac{N}{A^2}$

$\boxed{\vec{B_0} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_\ell \frac{d\vec{\ell}\times\Delta\vec{r}}{|\Delta\vec{r}|^3}}$

- filo infinito $\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}}$
- spira circolare: $\boxed{B = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}}}$ R = raggio, z = quota
- solenoide $\boxed{B = n\mu_0 i = \frac{N}{L}\mu_0 i}$ (alle estremità $B = \frac{N}{2L}\mu_0 i$)
- toroide $\boxed{B = \frac{\mu_0 i\cdot N}{2\pi R}}$

SOLENOIDE



se il solenoide è più lungo del diametro delle spire e queste sono fitte allora
- B è uniforme al centro
- Nullo esternamente

TEOREMA DI AMPERE: la circuitazione di B lungo una qualunque linea chiusa ℓ orientata è pari alla corrente complessiva con cui la linea si concatena per μ_0

$\boxed{\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i}$