FISICA

30-9-2015

- **Velocità media** = Spazio totale percorso / tempo totale impiegato.

$$V_m = \frac{\Delta s}{t_t}$$

$$t = \frac{S}{V}$$

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

- **Media Armonica** → si prendono dei numeri x_1 e x_2, si prendono i loro inversi $\frac{1}{x_1}$ e $\frac{1}{x_2}$ e si fa la media Aritmetica:

$$\left[\frac{\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}\right)}{2}\right]^{-1}$$

Tassi del capitale (τ)

$$\tau = \sqrt{1+\tau_1+\tau_2+\tau_1\tau_2} - 1 \simeq \sqrt{1+(\tau_1+\tau_2)} - 1 \simeq 1 + \frac{\tau_1+\tau_2}{2} - 1$$

$$\sqrt[2]{1+\varepsilon} \simeq 1+\frac{\varepsilon}{2} \qquad \sqrt[3]{1+\varepsilon} = 1+\frac{\varepsilon}{3}$$

$$1+\varepsilon \stackrel{?}{\simeq} 1+\left(\frac{\varepsilon}{3}\right)^3 = 1+\frac{3\varepsilon}{3}+3\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^2+\left(\frac{\varepsilon}{3}\right)^3 = \boxed{1+\varepsilon}$$

- **media Aritmetica ponderata**

x_1	x_2	x_n
p_1	p_2	p_n

$$\boxed{M_A} \doteq \frac{(p_1 x_1)+(p_2 x_2)+\dots(p_n x_n)}{p_1+p_2+\dots+p_n}$$

- **media Geometrica Pesata**

$$M_G \doteq \sqrt[(p_1 p_n)]{x_1^{p_1} x_2^{p_2} \dots x_n^{p_n}} \qquad (\doteq \text{per definizione})$$

- **media Armonica** $\doteq \frac{p_1+\dots p_n}{\frac{p_1}{x_1}+\frac{p_2}{x_2}+\dots\frac{p_n}{x_n}}$

ESERCIZIO

Dimostrare che la media armonica è inferiore alla media geometrica che a sua volta è inferiore alla media aritmetica:

$$M_{arm} \leq M_{geo} \leq M_{art}.$$

6-10-2011

$$M_g \leq M_{ar} \rightarrow \sqrt{x_1 x_2} \leq \left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2$$

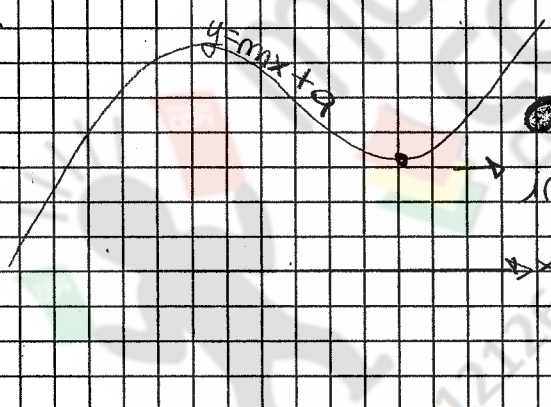
$$x_1 x_2 \overset{?}{\leq} \left(\frac{x_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{2}\right)^2 + \frac{x_1 x_2}{2}$$

$$\frac{x_1 x_2}{2} \leq \left(\frac{x_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 0 \leq \left(\frac{x_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{2}\right)^2 - \frac{x_1 x_2}{2} =$$

$$= 0 \leq \left(\frac{x_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{2}\right)^2 - 2x_1 x_2 = (x_1 - x_2)^2 \geq 0$$

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

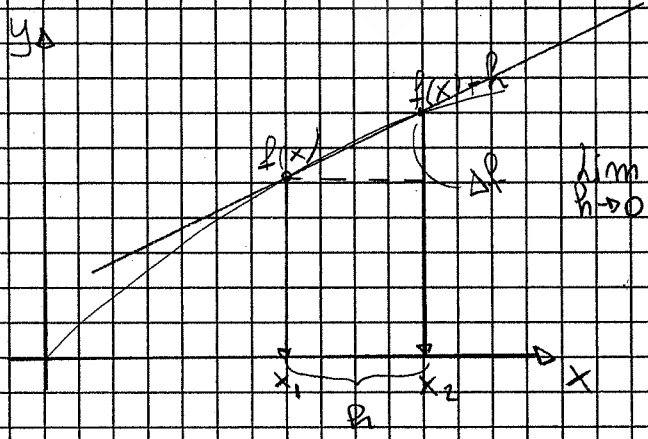


La derivata in un punto indica la pendenza della retta, in quel punto, tangente alla curva

DERIVATA

$$y' = \frac{1}{x}$$

$$y = \log(x) = \ln(x)$$

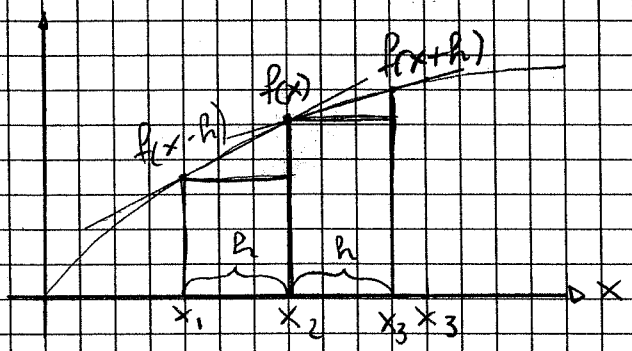


RAPPORTO INCREMENTALE

$$\lim_{h \to 0} \frac{[f(x) + h] - [f(x)]}{h} = \frac{\Delta f}{\Delta x} = y(x)$$

- La derivata si trova incrementando la variabile dipendente del tratto h

Fisica 6-10-2011

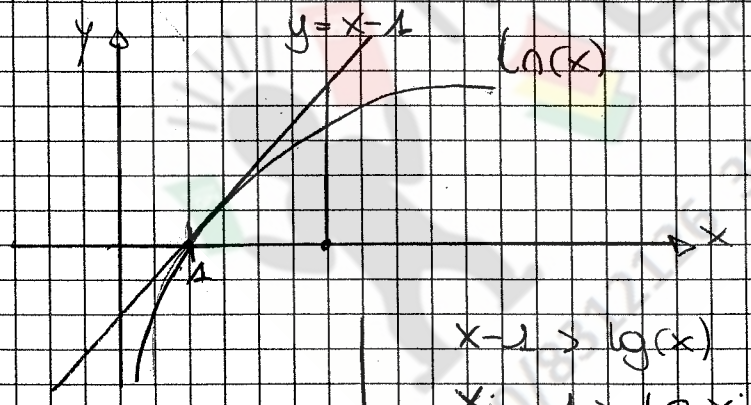


$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x)-f(x+h)}{h} = y'$$

$$y'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{\left[f(x+h)-f(x)\right]+\left[f(x)-f(x-h)\right]}{2h} \Rightarrow y'(x) = \frac{f(x+h)-(fx-h)}{2h}$$

- Il valore della derivata deve essere uguale da destra e da sinistra in un punto. (in valore assoluto)

LOGARITMO → $\exists$ solo per in $\mathbb{N}^+$ (per il momento)



$y = mx + q$

$m + q = 1$

$x - 1 > \lg(x)$

$\frac{x_i}{A} - 1 > \lg \frac{x_i}{A}$

$P\left(\frac{x_i}{A} - 1\right) > P_i \lg \frac{x_i}{A}$ questo

La somma di questi membri è sempre maggiore di

$\sum_{i=1}^{n} P_i \left(\frac{x_i}{A} - 1\right) > \sum_{i=1}^{n} \log\left(\frac{x_i}{A}\right)^{P_i}$ → proprietà dei log

Media Aritmetica $A = \frac{x_1 P_1 + x_n P_n}{P}$

$P = \sum x_i$

$\Pi = \left(\frac{x_1}{A}\right)^{P_1}\left(\frac{x_2}{A}\right)^{P_2} = \left(\frac{x_n}{A}\right)^{P_n}$

$\lg \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i}{A}\right)^{P_i}$

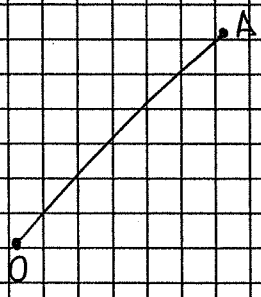
$$0 = \frac{\sum P_i x_i}{\frac{x_i P_i + x_n P_n}{P}} - \sum P_i \rightarrow (1)$$

$$\Pi\left(\frac{x_i}{A}^{p_i}\right) < 1$$

$$\frac{x_1^{p_1} x_2^{p_2} \dots x_n^{p_n}}{A^{p_1+p_2+\dots p_n}} < 1$$

Lezione 12-10-2011

- Retta → individua una Direzione



OA vettore applicato in O

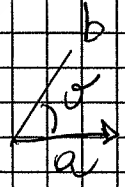
- ad ogni rotazione viene associato un vettore che lo rappresenta
  ↓
  concetto di forza

$$\begin{cases} \vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a} \\ (\vec{a}+\vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b}+\vec{c}) \\ \lambda(\vec{a}+\vec{b}) = \lambda\vec{a} + \lambda\vec{b} \end{cases} \iff$$ la somma è data dalla regola del parallelogramma

Il vettore somma è nel piano degli addendi

PRODOTTO SCALARE

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cos(\theta)$$



FISICA Vettori (Prodotto vettoriale) 14-10-2011

proprietà distributiva $\lambda(\vec{a}\times\vec{b}) = \lambda\vec{a}\times b = a\times\lambda b$

proprietà anticommutativa $\vec{a}\times\vec{b} = -(\vec{a}\times\vec{b}) = -1(\vec{b}\times\vec{a}) = (-\vec{b})\times\vec{a} = -\vec{b}\times\vec{a}$

$\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c}) = \vec{a}\times\vec{b} + \vec{a}\times\vec{c} = (\vec{a}+\vec{b})\times\vec{c} = \vec{a}\times\vec{c} + \vec{b}\times\vec{c}$

MASTER COPY
Tel. 388/9837745

vettori $\vec{\imath} \otimes \vec{\jmath}$ con rotazione

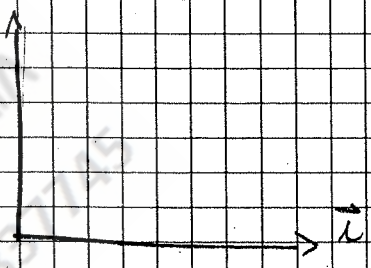
↓

Il loro prodotto è visto come una somma di 3 vettori, e forma un vettore generico nello spazio $\rightarrow \vec{v} = \alpha\vec{\imath} + \beta\vec{\jmath} + \gamma\vec{k}$

$\vec{v} = \alpha\vec{\imath} + \beta\vec{\jmath} + \gamma\vec{k}$

$\vec{\imath} \to \vec{\jmath}$
$\vec{\jmath} \to -\vec{\imath}$
$\vec{k} \to \vec{k}$

$\vec{v} \to \alpha\vec{\jmath} - \beta\vec{\imath} + \gamma\vec{k}$



($\vec{\jmath}$) va a finire in meno i $(-\vec{\imath}) \rightarrow \vec{\jmath} \otimes (-\vec{\imath})$

↓

$\vec{\imath} \otimes \vec{\jmath} = \vec{\imath} \otimes \vec{\imath} = 0$

$\vec{\imath} \otimes \vec{\jmath} = \vec{v} = \alpha\vec{\imath} + \beta\vec{\jmath} + \gamma\vec{k}$

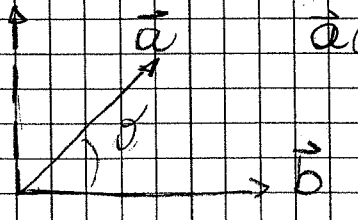
$\vec{\imath} \to \vec{\jmath}$ $\quad \vec{\imath} \otimes (\vec{\jmath}) \to \vec{\jmath} \otimes (-\vec{\imath}) = -(-\vec{\imath}) \otimes \vec{\jmath} = \vec{\imath} \otimes \vec{\jmath}$
$\vec{\jmath} \to -\vec{\imath}$

i prodotti con $\vec{\jmath}$ vanno in $\vec{v}$

$\vec{v} = \alpha\vec{\jmath} - \beta\vec{\imath} + \gamma\vec{k} =$

$= \alpha\vec{\imath} - \beta\vec{\jmath} + \gamma\vec{k}^{-1}$

$-\beta\vec{\imath} + \alpha\vec{\jmath} = \alpha\vec{\imath} + \beta\vec{\jmath} \rightarrow \begin{cases} -\beta = \alpha \\ \alpha = \beta \end{cases} \alpha = \beta = 0$



$\vec{a} \otimes \vec{b}$

$\vec{b} = b\vec{\imath}$

$\vec{a} = a\cos\vartheta\,\vec{\imath} + a\sin\vartheta\,\vec{\jmath}$