Monday, August 7, 2017 12:35 PM

Tipi di medie

media aritmetica $m = \frac{v_1 + v_2}{2}$

media geometrica $m_g = \sqrt{v_1 \cdot v_2}$

media armonica $m_a = \frac{2}{1/v_1 + 1/v_2}$

Es:
Un ciclista va da pisa a livorno, andando all'andata a 40 km/h, al ritorno a 60 km/h.

$D = 20$ km distanza

tempo andata $t_A = \frac{20\ km}{40\ \frac{km}{h}} = \frac{1}{2}\ h = 30$ min

tempo ritorno $t_R = \frac{20\ km}{60\ \frac{km}{h}} = \frac{1}{3}\ h = 20$ min

tempo totale $30 + 20 = 50$ min.

Ogni minuto lo spazio percorso è di $\frac{40}{50}$ km/min

In questo caso era necessaria la media armonica e non quella aritmetica.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Monday, August 7, 2017 12:35 PM

Relazione tra i diversi tipi di medie.

$m_{arm} \leq m_{geom} \leq m_a$

$m_{arm} = m_{geom} = m_a$ quando tutti i numeri sono uguali.

Dim: $m_a \geq m_{geom}$

$m_a = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$ $\quad m_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot \dots \cdot x_n}$

Dimostro per x_1, x_2 con $x_1 \neq x_2$, $x_1 \neq 0$, $x_2 \neq 0$

$m_g = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$

$\Downarrow$

$(x_1 - x_2)^2 \geq 0$ in quadrato è ≥ 0

$x_1^2 - 2x_1 \cdot x_2 + x_2^2 \geq 0$ sviluppo

$x_1^2 + x_2^2 \geq 2 x_1 \cdot x_2$ trasferisco i membri

$\frac{x_1^2 + x_2^2}{2} \geq x_1 \cdot x_2$ $\quad x_1^2 = a_1 \quad x_2^2 = a_2$

$\Downarrow$

$\frac{a_1 + a_2}{2} \geq \sqrt{a_1 \cdot a_2}$

Dimostro la validità della dimostrazione per n elementi.

$m_A = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots x_n}{n}$

Introduco un incremento ε molto piccolo su x_1 e uno stesso decremento su x_2 così che il risultato resti uguale.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Monday, August 7, 2017 12:35 PM

$$m_A = \frac{x_1 + \varepsilon + x_2 - \varepsilon + x_3 \dots + x_N}{N}$$

$$m_g = \sqrt[N]{(x_1+\varepsilon)\cdot(x_2-\varepsilon) \cdot x_3 \dots \cdot x_N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow = \sqrt[N]{(x_1 \cdot x_2 - \varepsilon^2 - x_1\varepsilon + x_2\varepsilon)\cdot x_3 \cdot \dots x_N}$$

Notiamo quindi che $m_g = \sqrt[N]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots x_N \cdot (-\varepsilon^2 - x_1\varepsilon + x_2\varepsilon)}$

di conseguenza la media geometrica aumenta di valore tendendo a quella aritmetica quando i valori sono uguali.

DIM: $m_{arm} \leq m_{geom}$

$$m_{arm} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots \frac{1}{x_n}} \qquad m_{geom} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \dots \cdot x_n}$$

$m_{arm} \leq m_{geom}$ impongo la disuguaglianza

$$\frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots \frac{1}{x_n}} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \dots \cdot x_n}$$

$\Downarrow$ sostituisco: $\frac{1}{x_i} = v_i$

$$\frac{n}{v_1 + v_2 + \dots v_n} = \sqrt[n]{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \dots \cdot \frac{1}{v_n}}$$

$\Downarrow$

$$\sqrt[n]{v_1 \cdot \dots v_n} \geq \frac{v_1 + v_2 + \dots v_n}{n}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Monday, August 7, 2017 1:49 PM

ERRORI E MISURE

$X_0 + \varepsilon_1$, $X_0 + \varepsilon_2 \ldots X_0 + \varepsilon_n$

$X_0 - \varepsilon_1$, $X_0 - \varepsilon_2 \ldots X_0 - \varepsilon_n$

$$X_m = \frac{X_1 + X_2 + \ldots X_n}{n} = \overline{X}$$

$(X_i - \overline{X}) = S_i$ SCARTO MISURA i-ESIMA

Si definisce scarto la differenza tra una misura e la media delle misure.

$(x_1 - \overline{x}) + (X_2 - \overline{X}) + \ldots (X_n - X) = 0$

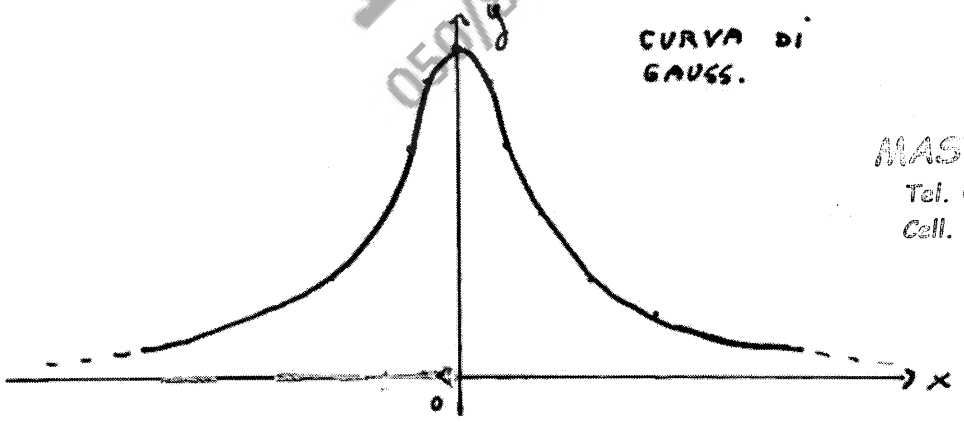
LA SOMMA DI TUTTI GLI SCARTI E' 0.

$(x_i - X_i) = \varepsilon_i$ X_i = misura reale

ε_i = errore

$\frac{x_i - X_i}{X_i} = E_i^R$ E_i^R = errore relativo.

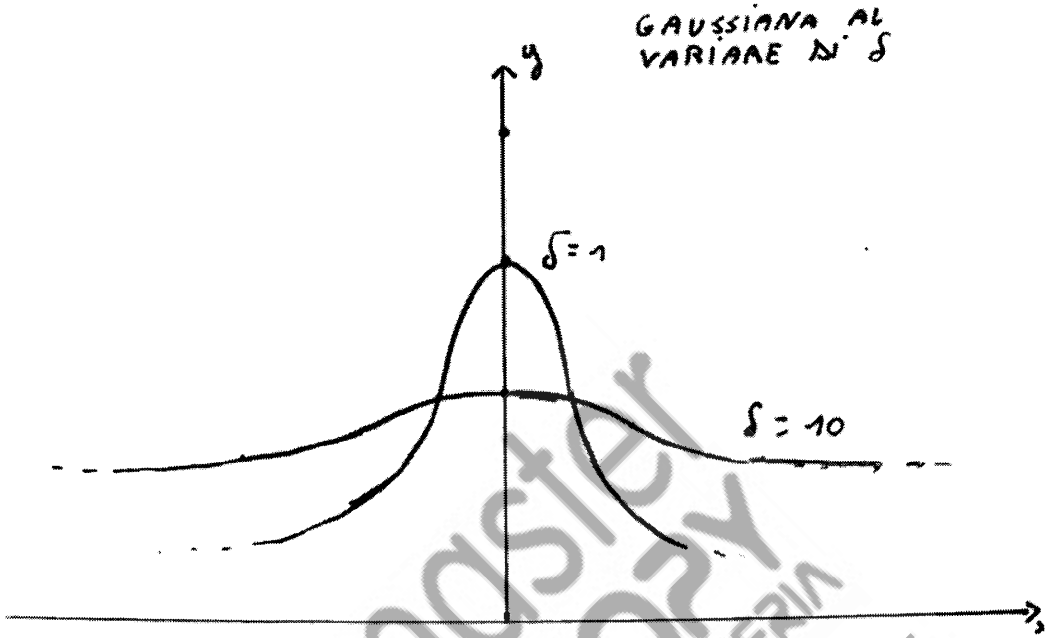
PROBABILITA' DI ERRORE



master copy COPISTERIA 050/8312126 388/9837745

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Monday, August 7, 2017 1:49 PM



$$C \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-dx}\, dx = 1 \qquad f_G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\delta} \cdot e^{-\frac{\bar{x}^2}{2\delta}}$$

FUNZIONE GAUSSIANA

$$\alpha = \frac{1}{2\delta^2}$$

La probabilita' di commettere un errore di misura si calcola come:

$$\int_{x_1}^{x_2} f_G(x)\, dx$$

$$\delta = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$ VARIANZA.

Errori grandi hanno poca probabilita' di avvenire mentre errori piccoli sono molto probabili.

La gaussiana e' centrata in $\bar{x}$ ossia il valore vero di x e coincide con il valore medio.

master copy CORISTERIA 050/8312126 388/9837745
MASTER COPY Tel. 050 8312126 Cell. 388 9837745