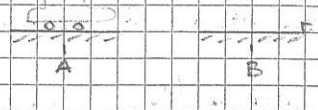
Fondamenti di automatica

Da un sistema dinamico si passa ad un modello.

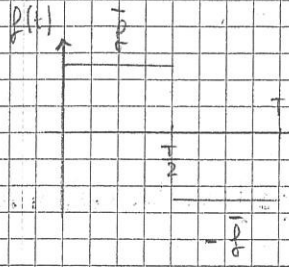
SISTEMA: macchina che deve parcheggiare 

MODELLO: 

DATI DEL PROBLEMA: $m = cost.$; $f = m \cdot a$; $a = \ddot{p}(t)$

$p(T) = B \quad \dot{p}(T) < 0$; $p(0) = A \quad \dot{p}(0) > 0$

$\Rightarrow$ INCOGNITA $f(t)$



Una prima rappresentazione della forza è quella di accelerare per metà tempo e frenare per metà tempo. Per questo problema questa rappresentazione è una OPTIMAL CONTROL POLICY

$0 < t < \frac{T}{2}$: $a_1 = \frac{\bar{f}}{m} = \ddot{p}_1(t)$

$p_1(t) = p_0 + V_0 t + a_1 \frac{t^2}{2}$ dove $p_0 = 0$; $V_0 = 0$

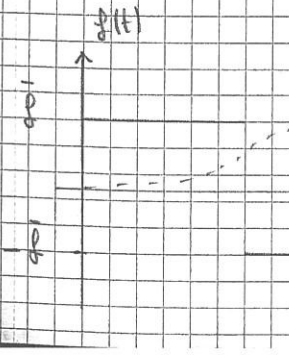
$p_1\left(\frac{T}{2}\right) = a_1 \frac{T^2}{8} = \frac{\bar{f}}{m} \frac{T^2}{8}$ $\qquad V_1\left(\frac{T}{2}\right) = a_1 \frac{T}{2} = \frac{\bar{f}}{m} \frac{T}{2}$

$\frac{T}{2} < t < T$: $p_2(t) = p_1 + V_1 t + a_2 \frac{t^2}{2}$

$p_2(t) = a_1 \frac{T^2}{8} + a_1 \frac{T}{2} T + (-a_1) \frac{T}{2} T$

$\uparrow p\left(\frac{T}{2}\right) \qquad \uparrow V_1\left(\frac{T}{2}\right)$

$p_2(T) = \frac{\bar{f}}{m} \frac{T^2}{8} \longrightarrow \bar{f} = \frac{8 m B}{T^2}$



$V_2(T) = V_1 - a_1 \frac{T}{2} = a_1 \frac{T}{2} - a_1 \frac{T}{2} = 0$

Se la velocità iniziale è diversa da zero questo modello non funziona: poiché $V_2(T) \neq 0$ e la posizione diverserà. Se non si conosce la posizione iniziale allora il modello commette un errore su $\bar{f}$.

Poiché $\bar{f}$ dipende dalla massa, se non si conosce la massa si commette un errore.

Questo tipo di approccio si chiama FEEDFORWARD che è in contrapposizione all'approccio di tipo FEEDBACK.

MATLAB - SIMULINK

a = 0 ; b = [1 2 3] vett. riga ; c = [1; 2; 3] vett. colonna

Simulink è un ambiente di simulazione grafica: si disegna per via grafica quello che si può scrivere su Matlab. Simulink simula collegando dei blocchetti.

Simuliamo il modello del cart.

Per trovare i blocchi > click sul bianco e cercare il nome (oppure scrivere per creare un'annotazione).

GAIN: serve per amplificare un segnale / valore in ingresso

Doppio click su un blocco per modificarne le proprietà.

MUSTER COPY COPISTERIA

Simulink simula attraverso integrazione numerica.

INTEGRATOR (parametri):

- initial condition source > external: il blocco ha 2 ingressi. Quello sopra è il segnale da integrare, quello sotto (x_0) è la condizione iniziale.

CONSTANT: bloccketto per inserire una costante

Ctrl + C; Ctrl + V per copiare i blocchi.

Se seleziono uno schema posso cliccare CREATE SUBSYSTEM (tutto lo schema viene racchiuso in un unico blocco), poi dx > subsystem and model reference > expand subsystem. Le due aste sono le porte di ingresso e uscita del sottosistema.

Ci sono dei blocchi per visualizzare vari tipi di segnali (telemetrie): SCOPE (di cui è possibile aumentare il numero di porte, aprendo e cliccando sull'ingran.) Nello scope VIEW > LEGEND; i colori dei segnali hanno il nome della porta da cui provengono.

È possibile staccare le frecce.

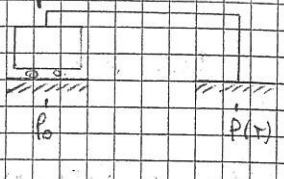
SIGNAL BUILDER serve per creare segnali semplici; selezionando il grafico si possono cambiare i valori. Per inserire i punti nella curva del grafico, cliccare il grafico poi SHIFT + CLICK.

Se le condizioni iniziali non sono nulle il risultato è sbagliato. Inoltre cambiamenti di posizione e/o velocità iniziale o di massa portano a errori nella posizione finale.

⇒ Il feedforward da solo non è mai sufficiente.

Per limitare l'errore sulla posizione del cuscino posso:

- collegare un filo tra cuscino e punto di arrivo
- oppure usare una molla



$t = 0 \quad f = k(p(T) - p(0))$; $t = t_1 \quad f = k(p(T) - p(t_1))$

in questo modo ho implementato una legge che dipende dalla posizione istantanea del cuscino e non è importa a priori.

Operatore SUM (combinando i segni delle proprietà si possono fare anche delle sottrazioni)

Il cuscino con la molla oscilla all'infinito attorno alla posizione di equilibrio: bisogna aggiungere un elemento che dissipa energia dal sistema (smorzatore viscoso)

Il sistema massa - molla - smorzatore viene reso stabile cioè non dipende dalle condizioni iniziali.

Sistema 1 (massa) $f = m\ddot{p}$

Sistema 2 (massa - molla) $m\ddot{p} + kp = k\ddot{p}$

Sistema 3 (massa - molla - smorzatore) $m\ddot{p} + kp + b\dot{p} = k\dot{p}$

→ però nei tre sistemi cambia la dinamica.

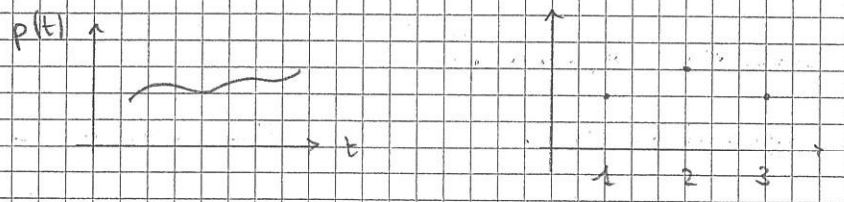
Modelli di sistemi dinamici

Possono essere:

- a tempo continuo ($t \in \mathbb{R}$) $p(t), \dot{p}(t) \in \mathbb{R}$ e sono modellizzati da ODE (eq. differenziali ordinarie) (1)

(es. sist. massa - molla - smorzatore $m\ddot{p} + b\dot{p} + kp = f$)

- a tempo discreto, modellizzati da equazioni alle differenze (es. $x_{t+1} = \alpha x_t$) (2)



Come si passa da un sistema a tempo continuo ad uno a tempo discreto? Attraverso il concetto di derivata.

$$\dot{x}(t_1) = \frac{x_{t_1+1} - x_{t_1}}{\Delta t}$$

$$\ddot{x}(t_1) = \frac{\dot{x}_{t_1+1} - \dot{x}_{t_1}}{\Delta t} = \left(\frac{x_{t+2} - x_{t+1}}{\Delta t} - \frac{x_{t+1} - x_{t_1}}{\Delta t}\right)\frac{1}{\Delta t} =$$

$$= \frac{x_{t+2} - 2x_{t+1} + x_t}{\Delta t^2}$$