TEORIA DEI SEGNALI

SEGNALE = qualunque grandezza fisica variabile che contiene informazioni (ex. accelerazione, velocità, seg. elettrici)

Segnale → NONDIMENSIONALE
ex velocità → variabile tempo (1)
→ BIDIMENSIONALE
ex immagine → livelli a grigio → x, y dei pixels (1,2)
→ TRIDIMENSIONALE
ex video → livelli a grigio: x, y pixel (1,2) + tempo (3)

Segnali → REALI parte reale
→ COMPLESSI parte reale + immaginaria

DOMINIO = insieme di definizione della variabile indipendente (ex. t.)

CODOMINIO = insieme di definizione del segnale (ex liv. grigio)

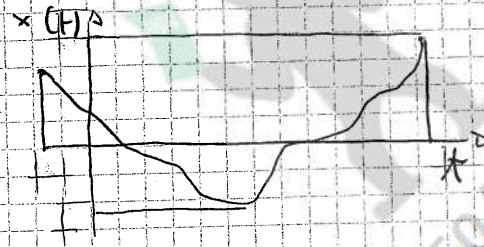
$x(t)$ — t: dominio; x: codominio

SEGNALE → DIGITALE
→ ANALOGICO

TIPI DI SEGNALI:

I_ SEGNALE CONTINUO O ANALOGICO

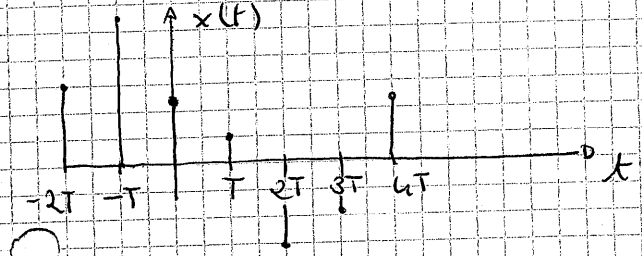
Dominio → continuo
Codominio → continuo
t e $x(t)$ possono assumere tutti i valori su un intervallo A-B



MASTER COPY
Tel. 050 6312126
Cell. 388 9837745

II_ SEGNALE DISCRETO O SEQUENZA

Dominio → discreto — t può assumere solo certi valori
Codominio → continuo — $x(t)$ può assumere tutti i valori di un intervallo A-B



- Si ottengono CAMPIONAMENTI DI SEGNALI CONTINUI
- Il dominio può assumere solo certi valori dell'n: QUANTI TEMPORALI

CAMPIONAMENTO DI UN S. CONTINUO — quanti temporali $t = nT$

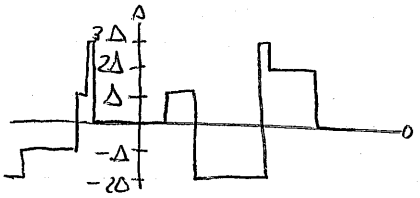


$x(t)$ / ___ con $t = nT$
l'interruttore si chiude leggendo il valore di $x(t)$

III – SEGNALE QUANTIZZATO

Dominio → Continuo

Codominio → Discreto

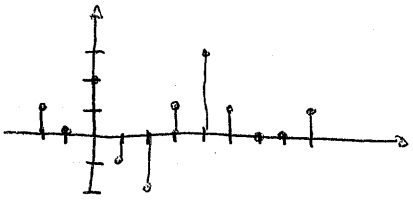


- Il Codominio può assumere solo certi valori detti LIVELLI

IV – SEGNALE DIGITALE

Dominio → Discreto

Codominio → Discreto



- ex binomo 0-1

SEGNALI CONTINUI

SEGNALI → APERIODICI

└ PERIODICI DI PERIODO T_0 se $x(t) = x(t+T_0) = x(t+kT_0)$ con $k \in \mathbb{N}(\mathbb{Z})$

ENERGIA DI UN SEGNALE

Def l'ENERGIA DI UN SEGNALE è definita da:

$$E_x \triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 \, dt$$

⚠ occhio ai Segnali COMPLESSI [MODULO]

— FINITA
\ INFINITA

POTENZA DI UN SEGNALE

⚠ E_x e P_x NON POSSONO ESSERE NEGATIVE

Def la POTENZA DI UN SEGNALE è definita da:

$$P_x \triangleq \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 \, dt$$

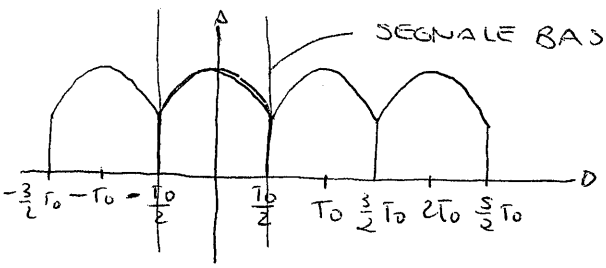
/ INFINITA
\ FINITA

NB ENERGIA FINITA → POTENZA NULLA $\left(\frac{E}{T} \to 0\right)$

ENERGIA E POTENZA NEI SEGNALI PERIODICI

$x(t) = x(t+kT_0)$

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 \, dt$$



master COPY COPISTERIA 050/831126 388/9337745

quindi $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_0(t - nT_0) = \underbrace{\text{rep}_{T_0} x_0(t)}_{\text{RIPET } x_0(t) \text{ con periodo } T_0}$

Allora siccome è periodica

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \lim_{N\to+\infty} \underbrace{N}_{+\infty} \cdot \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} \underbrace{|x(t)|^2 dt}_{>0} = \boxed{+\infty}$$

I SEGNALI PERIODICI HANNO SEMPRE ENERGIA INFINITA

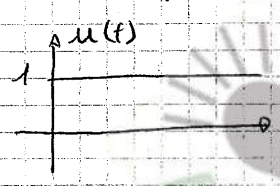
$$P_x \triangleq \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt = \lim_{N\to+\infty} \underbrace{\frac{1}{NT_0}}_{\frac{1}{T}} \cdot \underbrace{N \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} |x(t)|^2 dt}_{E_x} =$$

$$= \boxed{\frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} |x(t)|^2 dt} \quad \text{[può avere finito / infinito]}$$

IL SEGNALE GRADINO UNITARIO

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t>0 \\ 0 & t<0 \end{cases}$$

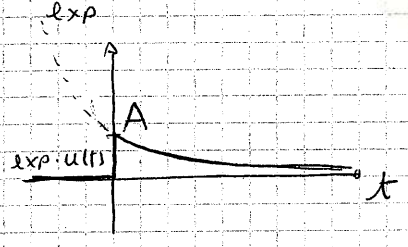
Se moltiplicato a un altro segnale questo annulla valori da 0 a $+\infty$



IL SEGNALE ESPONENZIALE NEGATIVO

$$x(t) = A e^{-\alpha t} \cdot u(t) \longrightarrow \begin{cases} A e^{-\alpha t} & t>0 \\ 0 & t<0 \end{cases}$$

$\boxed{\alpha > 0}$



- se $\alpha_2 > \alpha_1 \rightarrow \alpha_2$ decresce più velocemente
- APERIODICO

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_0^{+\infty} |e^{-\alpha t} \cdot A|^2 dt = A^2 \int_0^{+\infty} e^{-2\alpha t} dt$$

per $t<0$ $x(t)=0$; $\exp > 0$

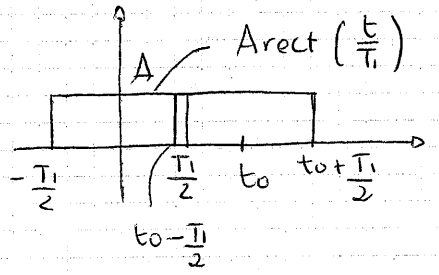
$$= \left[-\frac{A^2 e^{-2\alpha t}}{2\alpha} \right]_0^{+\infty} = \boxed{\frac{A^2}{2\alpha}}$$ ENERGIA FINITA

master COPY COSTERIN 050/8312426 388/9837745

$$P_x = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt = \lim_{T\to\infty} \underbrace{\frac{1}{T}}_{0} \underbrace{\int_0^{+\infty} e^{-2\alpha t} A^2 dt}_{\text{FINITO}} =$$

$= \boxed{\emptyset}$ POTENZA NULLA

IL SEGNALE RETTANGOLO



$x(t) = A\ \text{rect}\left(\frac{t-t_0}{T_1}\right)$ — ampiezza; t_0 = pto in cui è centrato; T_1 = lunghezza base

NB il quadrato di una rect è una rect con $A' = A^2$

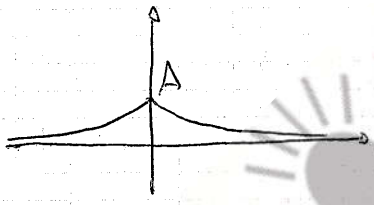
$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt =$$

$$= \int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} A^2 dt = \boxed{A^2 T_1} \text{ FINITA}$$

$\boxed{P_x = \emptyset}$ NULLA

IL SEGNALE ESPONENZIALE BILATERO NEGATIVO

$x(t) = Ae^{-\alpha|t|}$



$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} A^2 e^{-2\alpha|t|} dt = \int_{-\infty}^{0} A^2 e^{+2\alpha t} + \int_0^{+\infty} A^2 e^{-2\alpha t}$$

$= \ldots =$ ma l'$x(t)$ è PARI $= 2\int_0^{+\infty} A^2 e^{-2\alpha t} =$

$$= -2A^2 \frac{e^{-2\alpha t}}{2\alpha}\Big|_0^{+\infty} = \frac{2A^2}{2\alpha} = \boxed{\frac{A^2}{\alpha}} \to \boxed{P_x = \emptyset}$$

TRASLAZIONE E ENERGIA

Se eseguo una TRASLAZIONE l'ENERGIA DEL SEGNALE NON CAMBIA

$$E_x(Ae^{-\alpha|t|}) = E_x(Ae^{-\alpha|t-t_0|})$$

NB nei compiti per rendere meno complicati i calcoli posso scrivere: la traslazione del segnale non ne cambia la sua energia → per calcolare E tratto il segnale di $|t|$

MASTER COPY
Tel. 050 0312126
Cell. 366 9837745

FREQUENZA E IL SEGNALE COSENO

$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t)$ FREQUENZA $f_0 = \frac{1}{T_0}$

$x(t) = x(t + kT_0) =$

$= A\cos(2\pi f_0 (t + kT_0)) =$

$= A\cos\left(2\pi \left(\frac{t}{T_0} + k\right)\right) =$

$= A\cos\left(2\pi \frac{t}{T_0} + 2\pi k\right) =$

$= A\cos\left(2\pi \frac{t}{T_0}\right) = A\cos(2\pi f_0 t)$ CVD

SEGNALE PERIODICO → $E_x = \text{INFINITA}$

POTENZA $P_x = \frac{1}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} A^2\cos^2(2\pi f_0 t)\,dt =$

$= \frac{A^2}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} \cos^2(2\pi f_0 t)\,dt = \left[\cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2}\right] =$

$= \frac{A^2}{2T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} \cos(4\pi f_0 t) + 1\,dt =$

$= \frac{A^2}{2T_0}\left[t\right]_{-T_0/2}^{T_0/2} + \emptyset =$

$\int \cos$ sinusoidale tra $\frac{T_0}{2}$ e $-\frac{T_0}{2}$ è $\emptyset$



$= \frac{A^2}{2T_0} \cdot T_0 = \boxed{\frac{A^2}{2} = P_x}$

⚠ se $x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \theta)$

le TRASLAZIONI NON COMPORTANO VARIAZIONI DI P_x e E_x

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745