27/05

Teoria dei segnali

↓

Funzioni che hanno una natura fisica varia, trasportano informazioni

Segnali: $x(t)$ → sono in funzione del tempo t

es. Segnale audio → monodimensionale (tempo)

Immagine → bidimensionale (x, y)

Film → tridimensionale (x, y e tempo)

La variabile t rappresenta il dominio del segnale.

I valori che assume il segnale rappresentano il codominio

↓

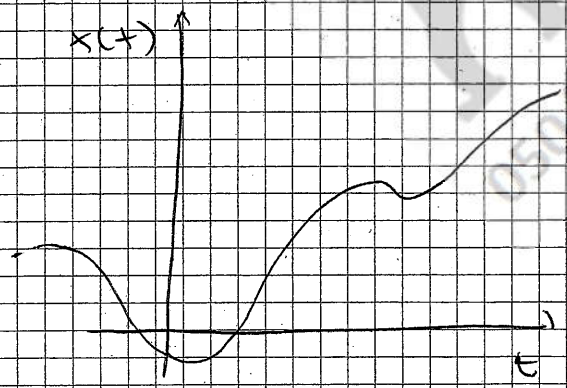
In base al D e al C ci sono 4 famiglie

1) Segnali analogici → codominio e dominio continui

↓

La variabile t e il segnale assumono tutti i valori compresi nell'intervallo del dominio e codominio.

(possono essere complessi o reali)



C: $(-\infty, +\infty)$

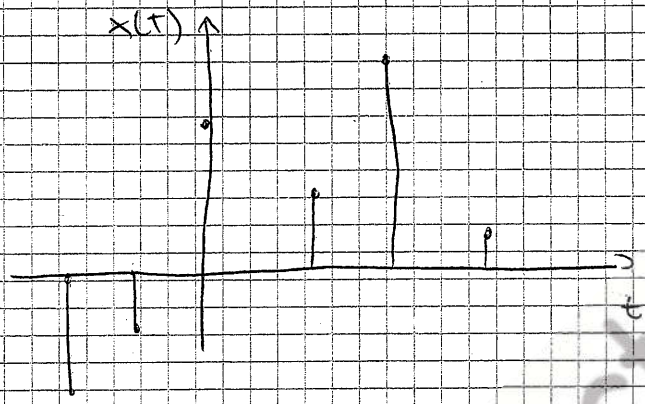
D: $(-\infty, +\infty)$

} continui

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

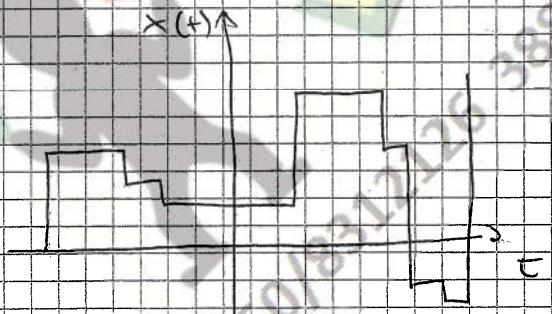
2) Segnale discreto, sequente $x(nT)$

Il dominio è discreto
↓
t assume solo alcuni valori nell'intervallo.
Il codominio invece è continuo



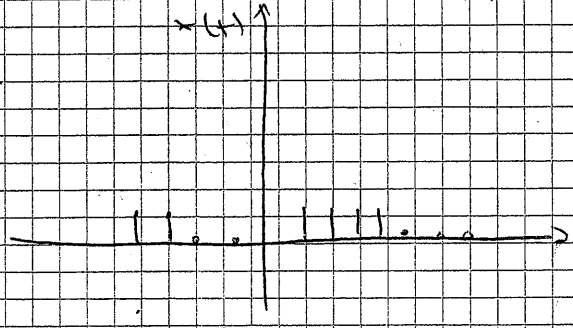
3) Segnale quantizzato → t va da $-\infty$ a $+\infty$ in modo continuo

Il dominio è continuo,
Il codominio è discreto.
(↳ il segnale assume solo alcuni valori)



4) Segnali digitali

dominio discreto e codominio discreto.



MASTER COPY
Tel. 050 831226
Cell. 388 9837745

es. una sequenza di bit: 0 0 0 1.

dominio discreto: il tempo assume
alcuni valori, finiti.

codomio discreto: numero finito di valori
che può assumere.

SEGNALI ANALOGICI

$x(t) = x(t + kT_0)$ è un segnale periodico
$\forall k$ intero
Altrimenti un segnale è aperiodico.

(stessa cosa per la sequenza: $x(nT) = x(nT + kNT_0)$)

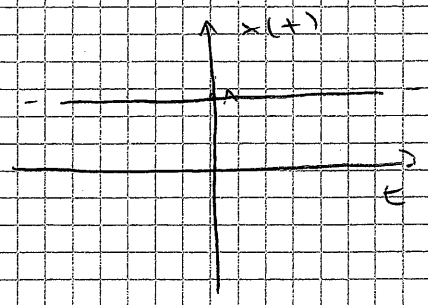
energia e potenza dei segnali

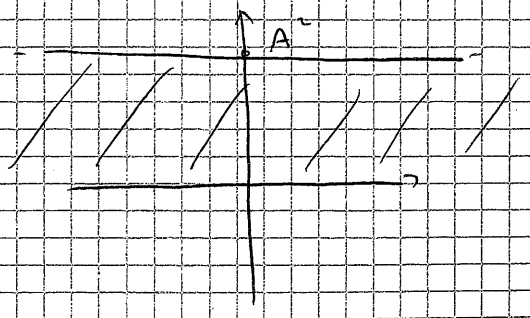
$$E_x \triangleq \lim_{T \to +\infty} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt$$

$$P_x \triangleq \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt$$

(avv. energia diverso se
dominio del segnale
non tende a $+\infty$)

- segnale costante
  $x(t) = A \quad A \in \mathbb{R}$





MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} A^2 \, dt = +\infty$$ che è anche l'area che sottende il grafico

$$P_x = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} A^2 \, dt =$$

$$= \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \left[A^2 T \right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} =$$

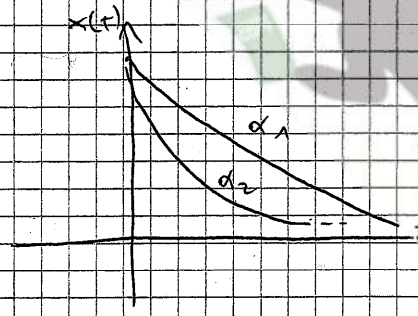
$$= \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \left(A^2 \left(\frac{T}{2} \right) + A^2 \left(\frac{T}{2} \right) \right) =$$

$$= \frac{1}{T} \left(A^2 T \right) = A^2$$

energia infinita, potenza finita.

esempio

$$x(t) = \begin{cases} e^{-\alpha t} & t \geq 0 \quad \alpha \in \mathbb{R}^+ \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$



se $\alpha_2 > \alpha_1$
il segnale tende a 0 velocemente.

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 \, dt =$$

$$= \int_{0}^{+\infty} e^{-2\alpha t} \, dt = \left[\frac{1}{-2\alpha} e^{-2\alpha t} \right]_0^{+\infty} =$$

$$= \frac{0 - 1}{-2\alpha} = \frac{1}{2\alpha}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

$$P = \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt =$$

$$= \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} \int_{0}^{\frac{T}{2}} e^{-2\alpha t} dt =$$

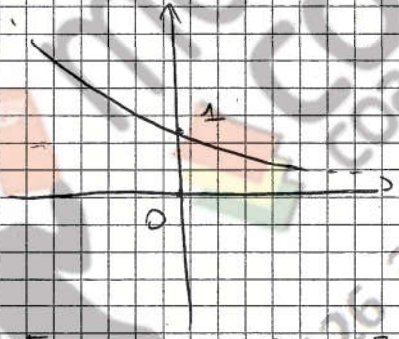
$$= \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} \left[\frac{e^{-2\alpha t}}{-2\alpha} \right]_0^{\frac{T}{2}} =$$

$$= \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} \left(\frac{e^{-2\alpha \frac{T}{2}}}{-2\alpha} - \frac{1}{-2\alpha} \right) =$$

$$= \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} \left(\frac{e^{-2\alpha \frac{T}{2}} - 1}{-2\alpha} \right) = 0$$

es.

$x(t) = e^{-\alpha t}$ $\quad \alpha \in \mathbb{R}^+$



MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\alpha t} dt = \left[\frac{e^{-2\alpha t}}{-2\alpha} \right]_{-\infty}^{+\infty} =$$

$$= \frac{0 - e^{-2\alpha(-\infty)}}{-2\alpha} = \frac{0 - \infty}{-2\alpha} = +\infty$$

$$P = \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} \left[\frac{e^{-2\alpha t}}{-2\alpha T} \right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} =$$

$$= \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} \left[\frac{e^{-2\alpha \frac{T}{2}} - e^{-2\alpha\left(-\frac{T}{2}\right)}}{-2\alpha} \right] = \frac{\infty}{\infty} =$$

$\to 0$ $\qquad \to -\infty$

ma diciamo l'esponenziale va a $+\infty$ più velocemente rispetto a una potenza...

$= +\infty$ esempio e potenza infinita