$$e^{j\vartheta} = \cos\vartheta + j\,\text{sen}\,\vartheta$$

$$e^{-j\vartheta} = \cos\vartheta - j\,\text{sen}\,\vartheta$$

$$\cos\vartheta = \frac{e^{j\vartheta} + e^{-j\vartheta}}{2}$$

$$\text{sen}\,\vartheta = \frac{e^{j\vartheta} - e^{-j\vartheta}}{2j}$$

SEGNALE CAMPIONATO

$$\bar{X}(f) = f_c \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(f - k f_c)$$

$$\mathcal{F}\left(\frac{1}{t}\right) = -j\pi\,\text{sgn}(f)$$

$$\text{sen}^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$

$$\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

SISTEMA STABILE:

Valore assoluto dei poli minore di 1

Da tempo a frequenza:

$$\text{rect}\left(\frac{t - T/4}{T/2}\right) \rightarrow \frac{T}{2}\,\text{sinc}\left(f \cdot \frac{T}{2}\right) \cdot e^{-j2\pi f \frac{T}{4}}$$ // mantiene il segno

$$\bar{H}(f) = H(z)\Big|_{z = e^{j2\pi f T_c}}$$

$$\bar{H}(f) = H(s)\Big|_{s = j2\pi f}$$

$$\bar{X}(B) = \frac{|X(f)_{MAX}|}{\sqrt{2}}$$

PASSAGGIO DA FILTRO CONTINUO A DISCRETO:

- INVARIANZA della RISPOSTA IMPULSIVA

$$h[n] = T_c\, h(nT_c)$$

- TRASFORMAZIONE BILINEARE

$$s = \frac{2}{T_c} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$$

master COPY

LINEARE

Se $x_1(t)$ ha uscita $y_1(t)$ e $x_2(t)$ ha uscita $y_2(t)$, il sistema è lineare se $z(t) = A x_1(t) + B x_2(t)$ ha uscita $w(t)$ pari a $w(t) = A y_1(t) + B y_2(t)$.

TEMPO INVARIANTE

Se $x(t)$ ha uscita $y(t)$, il sistema è tempo invariante se $z(t) = x(t - t_0)$ ha uscita $w(t) = y(t - t_0)$

STABILE BIBO

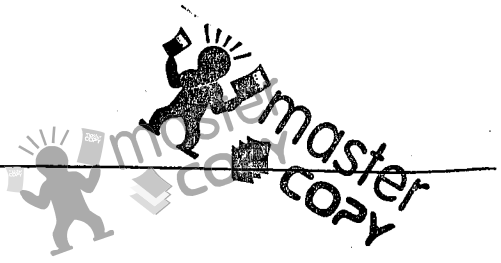
$|x(t)| < k$ con k finito

MEMORIA

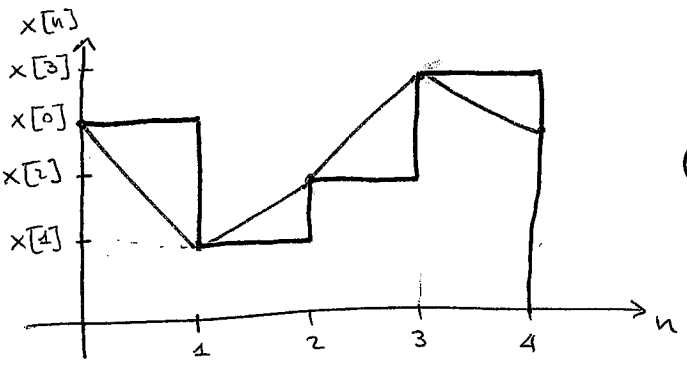
Si ricorda cosa è successo prima? [es.: $y(t) = 3x(t) - x(t-1)$]

INVERTIBILE

A valori di x diversi, corrispondono valori di y diversi?
[È iniettiva?]



INTERPOLAZIONE:



LINEARE

MANTENIMENTO
(SAMPLE & HOLD)

UNIVERSITÀ DI PISA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

Prova scritta di Teoria dei Segnali - 6/06/2019

Esercizio 1. È dato il sistema caratterizzato dall'equazione alle differenze: $y(n) = \frac{2}{3}y(n-1) + x(n-1)$.

1) Si scriva la funzione di trasferimento del sistema e si faccia il grafico della forma canonica.
2) Si scriva l'espressione della ~~funzione~~ risposta impulsiva causale e la relativa zona di convergenza.
3) Si faccia il grafico della risposta in frequenza del sistema e si dica di che tipo è il sistema in esame.
4) Si calcoli la banda a -3dB del sistema.
5) Si calcoli la risposta del sistema al gradino unitario $x(n) = u(n)$.

Esercizio 2. Sia dato il sistema LTI caratterizzato dalla seguente relazione ingresso-uscita: $y(t) = -2\frac{dx(t)}{dt} + 2x(t-2T)$.

All'ingresso di tale sistema viene posto il segnale esponenziale $x(t) = \exp(-3t)u(t)$.

1) Si calcolino energia e potenza del segnale di ingresso.
2) Si calcolino la risposta in frequenza $H(f)$ e impulsiva $h(t)$ del sistema in esame e si faccia il grafico di entrambe (del modulo per $H(f)$).
3) Si calcoli l'espressione $y(t)$ del segnale d'uscita corrispondente al segnale di ingresso dato.
4) Si calcolino energia e potenza di $y(t)$.

Esercizio 3. Si verifichino le proprietà di linearità, tempo-invarianza, stabilità BIBO e memoria del sistema $y(t) = 3\cos\left[\int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau\right]$.

master COPY


master
COPY

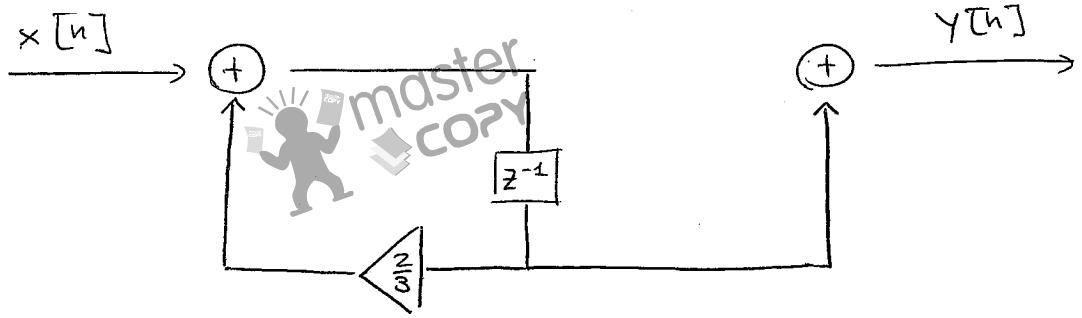

master
COPY


master
COPY

ES. 1

$$y[n] = \frac{2}{3} y[n-1] + x[n-1]$$

① Scrivere la funz. di trasf. $H(z)$ e fare forma canonica.



$$Y(z) = \frac{2}{3} Y(z) \cdot z^{-1} + X(z) \cdot z^{-1}$$

$$Y(z)\left[1 - \frac{2}{3} \cdot z^{-1}\right] = X(z) \cdot z^{-1}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-1}}{1 - \frac{2}{3} \cdot z^{-1}} = \boxed{\frac{1}{z - \frac{2}{3}}}$$

② Scrivere $h[n]$ e la relativa zona di convergenza

$$H(z) = \frac{1}{z - \frac{2}{3}} = \frac{z}{z - \frac{2}{3}} \cdot z^{-1}$$

$$h[n] = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} u[n-1]$$

Zona di convergenza (causale) $\rightarrow |z| > |a|$

$z = \frac{2}{3} \triangleq a$

$$|z| > \left|\frac{2}{3}\right| \Rightarrow |z| > \frac{2}{3}$$