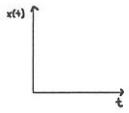
TEORIA DEI SEGNALI

lezione 27/09/2021

SEGNALE: qualunque grandezza variabile che porta con sé informazione => funzioni di qualche variabile (di solito tempo)

es: segnale elettrico
" vocale
" video
accelerazione
velocità

segnale monodimensionale => funzioni di una variabile $(x(t))$



immagini => bidimensionali (valore e posizione => x,y dei pixel) => $S(x,y)$: S valore che assume segnale; (x,y) è la coordinata

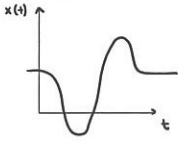
$S(x,y,t)$ se varia nel tempo

Nelle funzioni abbiamo dominio e codominio

= insieme di definizione della variabile indipendente (t)	= insieme di definizione della funzione stessa (x)

4 TIPI DI SEGNALE: (in base dominio e codominio)

1) **SEGNALE ANALOGICO** : sia dominio che codominio sono continui



$t \in \mathbb{R}$ (può assumere tutti valori da $-\infty$ a $+\infty$, oppure può essere compresa in un intervallo)

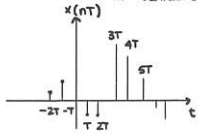
$x \in \mathbb{R}$ (può assumere tutti valori da $-\infty$ a $+\infty$, oppure può essere compresa in un intervallo)

$x \in \mathbb{C}$ → parte reale e imm possono essere tutti valori reali in un intervallo (a,b) ↳ può assumere tutti valori reali dell'intervallo

es: segnale vocale

2) **SEQUENZA** : dominio discreto e codominio continuo
= può assumere tutti valori di un intervallo (al massimo $-\infty,+\infty$)

la variabile t assume solo determinati valori, specifici e discreti



$x(nT) = x(n) = x[n]$

master COPY

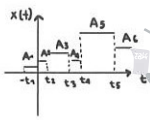
master COPY

segnale esiste solo per alcuni valori di T, non per tutti

(campionamento segnali continui : procedimento che ci permette di passare dai segnali continui alle sequenze)

3) **SEGNALE QUANTIZZATO** : dominio continuo e codominio discreto

↳ $\exists\ \forall t \in \mathbb{R}$ = può assumere solo determinati valori, livelli



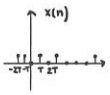
quanto : differenza tra un livello e quello dopo

4) **SEGNALE DIGITALE**: discreto dominio e codominio

↳ può assumere solo certi valori

es: CD => sequenza pieni e vuoti (bit) che raggruppamenti fanno ampiezza che codifica suono

↳ parto da suono (continuo dominio e codominio) e vado in un segnale discreto nel dominio e codominio



0, T, 2T... => quanto temporale fisso per tutti i segnali

segnale digitale: sequenza di 0 e 1

Come si passa da ① a ④ ?

Il segnale attraversa un campionatore : viene memorizzato solo da alcuni intervalli di tempo (così siamo alla sequenza)

Per togliere codominio continuo e farlo diventare sequenza 0 e 1 dovremmo avere numero infinito bit per rappresentare parte reale e virgola, => si trasformano infiniti valori solo in livelli

⇓

Il segnale che assume tutti i valori tra :

- 0,5 e + 0,5 => tradotti in 0
+ 0,5 e + 1,5 => tradotti in 1
1,5 e 2,5 => tradotti in 2

} esempio quantizzazione lineare

↳ intervallo valori viene quantizzato con un unico valore

(con voce quantizzo con logaritmo così vari livelli sono distinti l'un dall'altro)

↓

valori più piccoli espande, più grandi comprime

↳ per tornare indietro faccio operazione opposta sennò percezione del suono non è originale

Dopo che ho segnale quantizzato con numero fisso di livelli (ad es in base decimale) lo traduco in base binaria => sequenza bit

ATT : quando si torna indietro si perdono informazioni (1 $\forall x \in [0,5; 1,5]$) quindi quantizzazione va fatta con attenzione, per far perdere al segnale meno info possibili

Segnale analogico => segnale digitale CAMPIONAMENTO

Segnale digitale => segnale analogico/continuo INTERPOLAZIONE

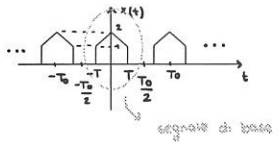
SEGNALI PERIODICI E APERIODICI

Segnale periodico: segnale che soddisfa uguaglianza $x(t) = x(t + KT_0)$ T_0 periodo $K \in \mathbb{Z}$

altri modi:

$$x(t) = \text{nep}_{T_0}\, x_0(t)$$

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_0(t - mT_0)$$



segnale di base

Segnale aperiodico: non soddisfano uguaglianza, non hanno periodo

a sono segnali periodici e aperiodici sia nel continuo che discreto

ENERGIA E POTENZA PER SEGNALI APERIODICI

ENERGIA DEL SEGNALE

$$E_x \triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 \, dt$$

NOTA: perché il segnale potrebbe essere complesso si utilizza modulo al quadrato

POTENZA DEL SEGNALE

(potenza circa energia diviso intervallo di tempo che tende a $+\infty$)

$$P_x \triangleq \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 \, dt$$

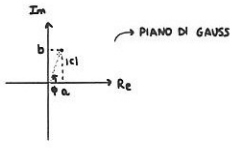
RIPASSO

$c = a + jb$ $\quad a = \text{Re}\{c\}$

$\quad b = \text{Im}\{c\}$

$= |c| e^{j\phi}$

$\phi = \angle c$ fase c (senso antiorario)



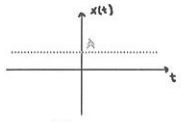
$|c| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$\phi = \angle c = \text{arctg}\left(\frac{b}{a}\right)$

↳ fase di c

ESEMPIO:

$x(t) = A$



Ha energia finita? $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$ converge a un numero?

↳ area segnale^2

$\Downarrow$

$\int_{-\infty}^{+\infty} A^2 dt = +\infty \Rightarrow$ Energia infinita.

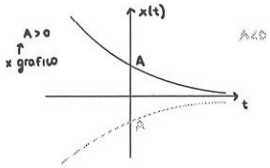
Potenza?

$$P_x = \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} A^2 dt = \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} A^2 t \Big|_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} = \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} A^2 T = A^2$$ POTENZA FINITA

ESEMPIO

$x(t) = Ae^{-\alpha t}$ $\alpha > 0$

↳ esponenziale negativo



$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} A^2 e^{-2\alpha t} dt = \frac{A^2 e^{-2\alpha t}}{-2\alpha} \Big|_{-\infty}^{+\infty} = \frac{A^2}{-2\alpha} (0 - \infty) = +\infty$$

$e^{-\infty} = \frac{1}{e^{\infty}} = 0$

$\Downarrow$

ENERGIA INFINITA

$$P_x = \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} A^2 e^{-2\alpha t} dt = \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} \frac{A^2 e^{-2\alpha t}}{-2\alpha} \Big|_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} = \lim_{T\to+\infty} \frac{A^2}{-2\alpha T} \left[e^{-2\alpha \frac{T}{2}} - e^{2\alpha \frac{T}{2}} \right] = \lim_{T\to+\infty} \frac{A^2}{-2\alpha} \left[\frac{0 - e^{\alpha T}}{T} \right] = +\infty$$

$\Downarrow$

POTENZA INFINITA

POTENZA INFINITA => ENERGIA INFINITA
POTENZA FINITA => ENERGIA INFINITA
ENERGIA INFINITA => POTENZA INFINITA O FINITA
ENERGIA FINITA <=> POTENZA NULLA