18/05/17 Teorica 1

- Peskin – 1ª capitoli (Westview Press) ⊛
- Itzy/Kson, Zuber QFT (McGraw-Hill) } + dettato + completo ⊛

Storici: • Bogoliubov, Shirkov – Introduction à la QFT (Dunod)
Preciso!!! ⊛

- Landau (dettato)
- Bjorken, Drell (2 Volumi) STRANO
- Relativistic QM – Rel. Q. Fields

- F. Mandl, G. Shaw QFT ("gentile esposiz") (Wiley...) ⊛
- Michele Maggiore, A modern Introduction (Spirito Pisano) ⊛
- Weinberg ⊛ • Coleman, Aspects of Symmetry ⊛ (Cambridge)

Esame: Scritto + orale, Scritto al meglio dei due (01-02)

⊛ Se scritto a Gennaio-Febb no Orale a Giu!
Se scritto a Giu-Lu no Orale a Sett. ecc.
Cose workabili (?)

master COPY COPISTERIA

530 1B3 Wit
530 cA~ (Mg)
530.143 Bjo

~~26 - 28 - 23/05~~

26/05
28/05
23/05
31/10
02/11
24/11 (1h)

Teoria Scattering formule (QM) - QFT → non siamo interessati qui

• Scattering elastico (part. iniziale = finale)

Fisso $\vec{p}$ definito (stato stazionario) → Flussi prob. entrante/esce, Ampiezza di trans

- Flussi prob.: se $\psi$ soluz. Schr. con H data

$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi$, $H = p^2/2m + V(\vec{q})$ · $\frac{\partial}{\partial t}|\psi|^2 = 0$ → eq. continuità

$\frac{\partial}{\partial t}|\psi|^2 = \frac{\partial}{\partial t}\psi^*\psi = \left(\frac{\partial}{\partial t}\psi^*\right)\psi + \psi^*\left(\frac{\partial}{\partial t}\psi\right) =$

$= (i/\hbar)\left[-\frac{\hbar^2}{2m}(\nabla^2\psi^*)\psi + \frac{\hbar^2}{2m}\psi^*(\nabla^2\psi)\right] =$ (+V-V)

$= -\frac{i\hbar}{2m}\nabla\cdot\left[\nabla(\psi^*)\psi - \psi^*\nabla\psi\right]$

$\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi^* = H\psi^*\right)$, $H = H^\dagger$ se diagonalizz. H è $n^2$ reale

$\frac{\partial}{\partial t}J^0 = -\nabla\vec{J}$ (funz. $(\vec{q}, t)$)

$J^0 = |\psi|^2$, $\int J^0 = 1/L^3$

$\vec{J} = \frac{i\hbar}{2m}\left[\nabla\psi^*\psi - \psi^*(\nabla\psi)\right] = \frac{\vec{p}}{m}$

$[\vec{J}] = 1/L^2 \cdot$ sup.

• ONDA PIANA $\psi(x) = \frac{e^{ikx}}{\sqrt{V}}$, $\int_V dx|\psi|^2 = 1$

(Intesa come $V \to \infty$, limite $\cdots e^{ikz}$ limite) $(x, y, z) \to (x^1, x^2, x^3)$

$J_z = \frac{p_z}{m}\cdot\frac{1}{V} = v_z/V$ (forma dimensionale)

• Scattering elastico: 2 particelle $m_1, m_2$ urto

Supponiamo che $H = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} + V(|\vec{q}_1 - \vec{q}_2|)$

$\mathcal{L} = \frac{m}{2}\dot{q}_1^2 + \frac{m}{2}\dot{q}_2^2 - V(|\vec{q}_1 - \vec{q}_2|)$ LANDAU

H è energia, non invariante Lorentz, Leg. sì!

$Q = \frac{m_1\vec{q}_1 + m_2\vec{q}_2}{m_1+m_2}$ (centro massa), $\vec{q} = \vec{q}_1 - \vec{q}_2$, $m = m_1m_2/(m_1+m_2)$

$\mathcal{L} = \frac{1}{2}M_{tot}\dot{\vec{Q}}^2 + \frac{m}{2}\dot{\vec{q}}^2 - V(\vec{q})$

$\vec{P} = \frac{\partial L}{\partial \dot{\vec{Q}}} = M_{tot}\dot{\vec{Q}}$ $\quad \vec{p} = \frac{\partial L}{\partial \dot{\vec{q}}} = m\dot{\vec{q}}$ Non considero c.m.

$H = \vec{p}\frac{\partial L}{\partial \dot{\vec{q}}} + \vec{P}\frac{\partial L}{\partial \dot{\vec{Q}}} - L \qquad H = \frac{P^2}{2M_{tot}} + \frac{p^2}{2m} + U(|\vec{q}|)$

$H_{rel} = p^2/2m + U(|\vec{q}|)$ Fissiamo energia e prendiamo onde piane che si scontrano. Sia $\psi(\vec{x})$ soluz. di $H\psi = E\psi$, $E = \hbar k^2/2m$ fissato, energie positive (ultim. no asintotica)

$\psi(\vec{x}) \xrightarrow[|\vec{x}|\to\infty]{} e^{ikz} + f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}$ (Stat. asintotica) (vedi PARTE 1)

"onda uscente" modulata con $f(\theta)$ di scattering

$e^{ikz}$ → onda entrante (Problema ha simmetria sferica!)

$\psi(\vec{r}) = f e^{ikr}/r$, $\frac{\partial}{\partial x^a}\left(f\frac{e^{ikr}}{r}\right) = ?$, $\frac{\partial}{\partial x^a} r = \frac{x^a}{r}$

$\frac{\partial}{\partial x^a}\left(f\frac{e^{ikr}}{r}\right) = ikx^a f\frac{e^{ikr}}{r} - f\frac{e^{ikr}}{r^2}\frac{x^a}{r}$

$J_z^a = |f|^2 \frac{\hbar k}{m}\frac{\hat{x}^a}{r^2}$, $\hat{x}^a = x^a/|x| = x^a/r$ → $\frac{e^{ikr}}{r}$ onda sf. uscente

Sez. d'urto: Prob. uscente / flusso incidente

$\frac{\partial}{\partial x^a}\left(f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}\right) = \left[\frac{\partial}{\partial x^a}(f(\theta))\right][\dots] + f(\theta)\frac{\partial}{\partial x^a}[\dots]$ in teoria

quindi $J^a$ in teoria non con' $J^a = (f\dots) + J^{a'}$

$J^{a'}$ è non radiale (perché $\nabla f(\theta)$ ~~radiale~~, $f(\theta)$ varia con $\theta$, no $r$!) (?)

Non ci interessa e lo buttiamo via

Quindi derivata è lungo $\theta$, non rad

Flusso uscente $J^{out} = |f(\theta)|^2 \frac{\hbar k}{m} \hat{x}^e / r^2$ n° part. / t che attraversano sup. $dS = r^2 d\Omega$

Con detector che misura N part. celle che hanno subito urto

$\frac{N_{out}^{(\hat{x})}}{temp} = \vec{J}_{out} \cdot \hat{x}\, r^2 dw = \frac{\hbar k}{m} |f(\theta)|^2 \, d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$

Flusso incid = n° particelle / tempo · sup. $= \frac{\hbar k}{m}$ Rapporto flussi =

= Sez. d'urto $\sigma$. $d\sigma = \frac{\hbar k}{m} |f(\theta)|^2 d\Omega \,/\, \hbar k/m = |f(\theta)|^2 d\Omega$

(Se nulla dipende da $\varphi$), se integro in $d\varphi$ ($f(\theta, \varphi)$):

$d\sigma = 2\pi |f(\theta)|^2 \sin\theta d\theta$ $\frac{\text{FL OUT}}{\text{FL IN}} d\Omega$

Altro metodo: Teoria campi! f. Green

- Eq Sch: $-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{x}) + V(\vec{x}) \psi(\vec{x}) = E \psi(\vec{x}) \Rightarrow$ $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ (1) / Risolvo

$\Rightarrow \boxed{(\nabla^2 + k^2) \psi(\vec{x}) = \frac{2m}{\hbar^2} V(|\vec{x}|) \psi(\vec{x})}$ (2) (Vero anche se $V(\vec{x})$)

- Risolviamo con procedimento iterativo (Sviluppo in perturb. / criterio $\int \ll \int_0 V$)

$\boxed{V(\vec{x}) = \int V(\vec{x})}$, $\int \ll 1$. Risolviamo eq. (2) con sviluppo in potenze di $\int$: $\boxed{\psi(x) = \psi_0(\vec{x}) + \int \psi_1(\vec{x}) + \int^2 \psi_2(\vec{x}) + \dots}$

$(\nabla^2 + k^2) \psi(x) = \int \left[\frac{2m}{\hbar^2} V(\vec{x})\right] \left[\int_0 \psi_0 + \int^2 \psi_1 \dots\right]$ → Deve essere valida $\forall$ ordine

Si vuole che uguaglianza sia vera ordine x ordine in $\int$.

Equazioni:

0) $(\nabla^2 + k^2)\psi_0(\vec{x}) = 0$ 1) $(\nabla^2 + k^2)\psi_1(\vec{x}) = \frac{2m}{\hbar^2} V(\vec{x})\psi_0(\vec{x})$ ...

Se risolvo 0, uso $\psi_0$ in 1 $\to \psi_1$, metto $\psi_1$ in 2 ... Se giusto e convergenza ... Eq Helmoltz

• Usiamo funzione Green! Consideriamo $G(\vec{x}, \vec{y})$ t.c.

$(\nabla^2_{\vec{x}} + k^2) G(\vec{x}, \vec{y}) = \delta^3(\vec{x} - \vec{y})$ (?)

Se conosco G, uso x risolvere eq!

$$\psi_1(\vec{x}) = \int dy\, G(x,y) \frac{2m}{\hbar^2} V(y) \psi_0(y)$$

$(\nabla^2 + k^2)\psi_1 = \frac{2m}{\hbar^2} V(\vec{x})\psi_0(\vec{x})$

G è F. green relative a op. definite e meno di omogenee, ⊕ Condiz. bordo

La 0) si risolve con onde piane ...

Interpr. f. Green: $\nabla^2 + k^2$ è matrice, $\delta$ è ~~vettore medio~~ identità è (?)

G se vogliamo è l'inverso d'operatore!

$AB = I$ ; $G(x,y) = \left(\frac{1}{\nabla^2 + k^2}\right)(\vec{x}, \vec{y})$

Modi o: Se Diagonalizzo, e trovo modo, ho inverso!!

Ciò avviene se $\psi$ normalizzabile, in generale

Se ciò avviene, mi riduco a sottospazio

B) Op. $G = \delta$, $\psi_1 = \text{conv.}(G, V\psi_0)$

A) Sviluppo $V = \sum_i V_i$, $\psi = \sum_{i=0} \psi_i$ e butto in eq ordine x ordine

- Sviluppo in f. Green
- Born completa
- Calcolo $G_i$ di $\nabla^2 + k^2$ (5)