MECCANICA APPLICATA alle MACCHINE

master COPY

Appunti

A.A.: 2020-2021

master COPY

master COPY

Prof.: Massimo Guiggiani

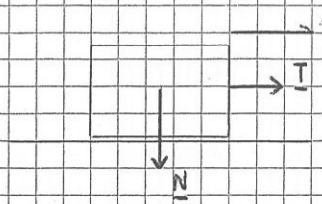
master COPY

master COPY

master COPY

Meccanica Applicata alle Macchine (Giuggiani) : [redacted]

Attrito:

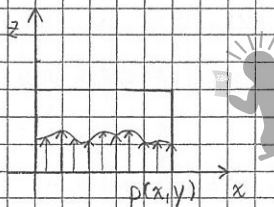


$\underline{T} = f\,\underline{N}$, con $f = \begin{matrix} f_s \\ f_d\ (<f_s) \end{matrix}$ non dipende né da p né da v

ma tale formula è valida solo per casi particolari!

(= moto traslatorio, superfici piane, pressioni parallele e positive)

Nel caso generale, $\underline{N}$ dipende dalle varie pressioni presenti sulla superficie di contatto, che non sono sempre omogenee (anche se è mantenuta l'ipotesi di essere equiverse):

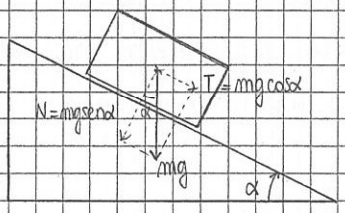


La formula, valida SEMPRE è $\underline{t} = -f\,p(x)\,\dfrac{\underline{v}(x)}{|\underline{v}(x)|}$,

con f che non dipende né da p né da v (IPOTESI di COULOMB).

Tale coefficiente di attrito non è sempre fisso (nemmeno per lo stesso materiale), ma è possibile darlo per scontato e conosciuto anche se con notevole approssimazione.

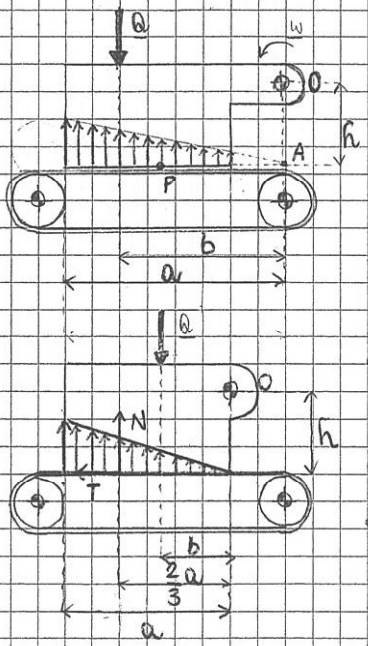
Da questa, si derivano $N = \int_{sup} p(x)\,dx$ e $T = f\int_{sup} p(x)\,dx$, con f costante



Dall'esempio a fianco, si ha che $T = f_d N$, con $f_d = tg\varphi$

φ è l'angolo di attrito.

Con $\alpha = \varphi$ si ha che il blocco inizia a scivolare.



Nel seguente esempio si ha che $\underline{v}_P = \omega\hat{k} \wedge \overline{OP} = \omega\hat{k} \wedge (\overline{OA} + \overline{AP})$.

Ne consegue che la pressione e l'usura hanno un andamento lineare, indipendentemente dal verso della velocità di strisciamento.

Nell'esempio a fianco (simile al precedente) è possibile collocare esattamente la risultante delle pressioni N, poiché ene hanno un andamento triangolare.

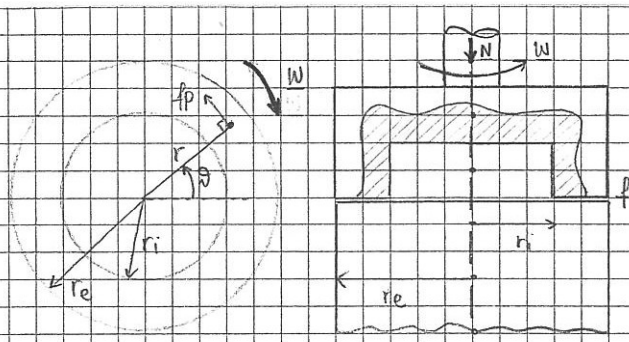
Se il mastro ruota in senso antiorario si può scrivere

$Qb - N\frac{2}{3}a - Th = Qb - N\frac{2}{3}a - fNh = 0$ (equilibrio del momento) da cui

$$N = Q\,\frac{b}{\frac{2}{3}a + fh}.$$

Con un'inversione del senso di rotazione: $Qb - N\frac{2}{3}a + fNh = 0$,

da cui $N = Q\,\dfrac{b}{\frac{2}{3}a - fh}$, in cui N è molto maggiore del caso precedente



coordinate polari: r, ϑ

Classico funzionamento di una frizione.

Dalla funzione $p(r)$ nascerà una tensione $t = fp(r) = t(r)$.

Si ha quindi $N = \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_{r_i}^{r_e} p(r) r\, dr$.

Il momento necessario a mantenere la rotazione è

$M_0 = \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_{r_i}^{r_e} fr\, p(r) r\, dr$

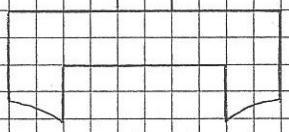
A questo punto è impossibile andare avanti non conoscendo l'andamento della pressione $p(r)$.
Per fare ciò è comune usare l'ipotesi di Reye, che mette in relazione la pressione (p), la velocità di rotazione (w) (o di scorrimento (v)) e l'usura (h) secondo la proporzionalità:

$$h \propto f p(r) w r = f p(r) v \quad (\text{costante})$$

Assumendo che h (in questo caso) sia uniforme, ne consegue che $p(r) = \frac{C}{r}$ ($\Rightarrow$ andamento iperbolico)

Possiamo quindi procedere a calcolare $N = 2\pi \int_{r_i}^{r_e} \frac{C}{r} r\, dr = 2\pi C (r_e - r_i)$ e

$$M_0 = 2\pi C f \frac{(r_e^2 - r_i^2)}{2} = \frac{2\pi f N (r_e^2 - r_i^2)}{2\pi (r_e - r_i) \cdot 2} = \frac{f N (r_e + r_i)}{2}.$$

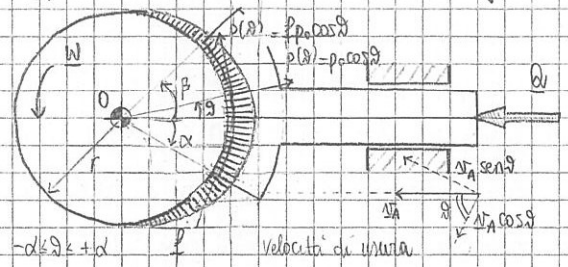


Con tale andamento della pressione sul bordo della frizione si ha che il profilo del bordo, una volta usurato, sarà del tipo indicato nel disegno a fianco.

Alle estremità si usura di più dato che la velocità è maggiore e che $h \propto f p(r) v$.

master COPY
master COPY

Affrontiamo ora l'esempio di un freno a ceppo (o "a ganascia"):



Un nono l'andamento di $p(\vartheta)$ [max in $\vartheta = \emptyset$]

Si ha che $M_O = \int f\, p(r)\, r\, ds$.

Definiamo la "direzione di accostamento" (D.A.) come la retta passante per O e parallela al ceppo e che indica la direzione di $\vartheta = \emptyset$.

L'andamento della pressione è $p(\vartheta) = p_0 \cos\vartheta$ (Reye), con $p_0 \propto Q$.

Si ha inoltre $R_x = \int_{-\alpha}^{+\beta} [+p(\vartheta)\cos\vartheta - f\,p(\vartheta)\,\mathrm{sen}\,\vartheta]\, br\, d\vartheta = \int_{-\alpha}^{\beta} [p_0 \cos\vartheta\cos\vartheta - f\,p_0\cos\vartheta\,\mathrm{sen}\,\vartheta]\, br\, d\vartheta = p_0 B$

$R_y = \int_{-\alpha}^{+\beta} [+p(\vartheta)\,\mathrm{sen}\,\vartheta + f\,p(\vartheta)\cos\vartheta]\, br\, d\vartheta = \int_{-\alpha}^{\beta} [p_0\cos\vartheta\,\mathrm{sen}\,\vartheta + f\,p_0\cos\vartheta\cos\vartheta]\, br\, d\vartheta = p_0 C$

$M_O = \int_{-\alpha}^{+\beta} [f\,p(\vartheta)\,r]\, br\, d\vartheta = \int_{-\alpha}^{\beta} [f\,p_0\cos\vartheta\, r]\, br\, d\vartheta =$ momento frenante con b = ½ spessore del freno.

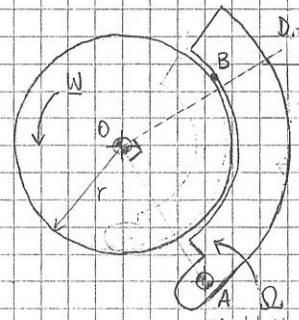
In generale, la risultante delle azioni normali che agiscono sul freno è pari a:

$\underline{N} = R_{px}\hat{\imath} + R_{py}\hat{\jmath}$, con $R_{px} = \int_{-\alpha}^{\beta} p_0\cos\vartheta \cdot \cos\vartheta\, br\, d\vartheta = p_0 br\left[\frac{\beta}{2} + \frac{1}{4}\mathrm{sen}(2\beta) + \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{4}\mathrm{sen}(2\alpha)\right]$,

$R_{py} = \int_{-\alpha}^{\beta} p_0\cos\vartheta \cdot \mathrm{sen}\,\vartheta\, br\, d\vartheta = p_0 br\left[-\frac{1}{2}\cos^2\beta + \frac{1}{2}\cos^2\alpha\right]$.

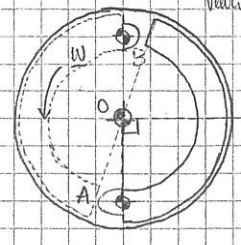
Inoltre, chiamando T la risultante delle azioni tangenziali si avrà $\underline{T} = T_x\hat{\imath} + T_y\hat{\jmath} = f\underline{N}$ con $T_x = -f R_{py}$ e $T_y = +f R_{px}$.

In conclusione, scrivendo la risultante come $\underline{R} = \underline{N} + \underline{T}$, si avrà $\underline{R}_x = \underline{N}_x + \underline{T}_x$ e $\underline{R}_y = \underline{N}_y + \underline{T}_y$.



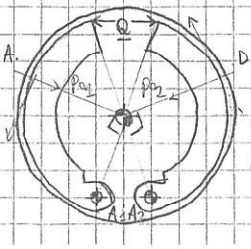
Un altro esempio di freno è quello per cui la velocità di accostamento non è di natura traslatoria, bensì rotatoria, in questo caso con polo in A.

Chiamata $\underline{\Omega}$ tale velocità di accostamento (che deve essere bassissima) si avrà che la velocità di un punto B generico è $\underline{v}_B = \Omega\hat{k} \wedge \overline{AB} = \Omega\hat{k} \wedge (\overline{AO} + \overline{OB}) = \underline{v}_0 + \underline{v}_t$ con $\underline{v}_0$ costante ovunque e $\underline{v}_t$ trascurabile.



La direzione di accostamento sarà quindi data dal vettore $\Omega\hat{k} \wedge \overline{AO}$.

Con la costruzione tratteggiata si ha un'usura simmetrica delle due ganasce. Tale costruzione è però economicamente svantaggiosa perché richiede di trasmettere l'impulso frenante in due punti lontani tra loro (A e B) contemporaneamente.



Con quest'ultima versione del freno, si ha $p_1(\vartheta_1) = p_{o_1}\cos\vartheta_1$ e $p_2(\vartheta_2) = p_{o_2}\cos\vartheta_2$ con $p_{o_2} < p_{o_2}$. Ne consegue che le due ganasce non si usurano con lo stesso andamento.