MODELLI DI SISTEMI

Partendo dalle basi:

si chiama **SISTEMA** un insieme di componenti che insieme raggiungono uno scopo comune.

↑

i sistemi che andremo a trattare sono i **SISTEMI DI CONTROLLO**

Ⓐ **SISTEMI ALGEBRICI** definito da equazioni algebriche che relazionano informazioni in ingresso con l'uscita (studia ciò che accade a regime, situazioni stabili)

Ⓑ **SISTEMI DINAMICI** definito in dipendenza dal tempo; intuitivamente si capisce che ci sarà un movimento, quindi variazioni di posizioni e CALCOLO DIFFERENZIALE

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

I modelli di riferimento vengono creati per via:

Ⓐ **SPERIMENTALE** (metodo INDUTTIVO): avendo noti informazioni in ingresso e uscita, cerco di trovare una relazione matematica che possa collegarli. APPROCCIO SCATOLA NERA

Ⓑ **ANALITICO** (metodo DEDUTTIVO): il sistema è l'insieme delle componenti, ognuna delle quali ha ben specifiche caratteristiche riconducibili a un dato modello matematico

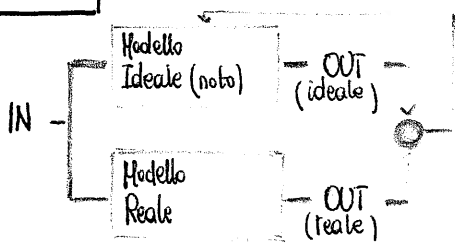
NOTA:

Entrambi i modelli hanno aspetti positivi e negativi a proprio carico:

① Il METODO SPERIMENTALE porta a creazione di modelli semplici, ma tali modelli sono privi di un chiaro senso fisico

② Il METODO ANALITICO, per definizione, viene utilizzato quando si suppongono a priori i sottoinsiemi costitutivi il modello, quindi necessita, altrettanto per definizione, di un maggior numero di informazioni

Ⓒ **PRAGMATICO**: viene pensato il modello reale e confrontato con il modello ideale supposto noto:



① Se OUT (ideale) = OUT (reale) → Ho trovato il modello

② Se OUT (ideale) ≠ OUT (reale) → Devo continuare le ricerche confrontando nuovi modelli fino a che lo scarto dell'errore non si attera

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

NOTA:

Nel caso in cui modello reale e ideale non dovessero coincidere bisogna analizzare e modificare il modello ideale.

Ma possono anche essere, come già detto, distinti in MODELLI:

Ⓐ LINEARI

Ⓑ DINAMICI e quindi soggetti a variazioni nel tempo di natura CONTINUA o DISCRETA

NOTA:

- Qualunque sia il sistema o il modello con cui abbiamo a che fare, esistono delle informazioni di cui non possiamo fare a meno:
  1. CONOSCERE IL NUMERO DEI COMPONENTI ELEMENTARI CHE LO COSTITUISCONO
  2. LE INTERAZIONI TRA COMPONENTI

- Deve essere noto che non tutti gli ingressi sono uguali:
  NON TUTTI POSSONO ESSERE CONTROLLABILI:
  alcuni possono essere PREVEDIBILI ma non considerati, altri totalmente IMPREVEDIBILI.
  Questi tipi di ingressi sono chiamati DISTURBI DEL SISTEMA

- Con lo stesso criterio anche le uscite non sono tutte uguali

↑

Tutte considerazioni fatte dalla TEORIA DEI SISTEMI

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

master COPY COPISTERIA 050/8312126 388/9837745

MODELLO DINAMICO

Esempio tipico: MACCHINA A GETTONI
(sistema dinamico a tempo discreto)

Supponiamo di avere una macchinetta che accetti solo monetine da 0,50€ ; 1,00€ ; 2,00€
e che a seguito dell'introduzione delle monete eroghi un bene o un servizio, poni a 2,00€ totali.

- STATO ZERO : non ho monete ⇝ mancano 2€
- STATO UNO : introduco 0.50€ ⇝ mancano 1.50€

(e così via ...)

⋮

- STATO FINALE : introduco 2,00€ ⇝ mancano 0€ ⇒ OTTENGO IL BENE

NOTA:
Nello stato finale arrivo direttamente allo stato di partenza: nel momento dell'erogazione del bene la macchinetta avrà un fondo di 0€.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

CONOSCERE L'INGRESSO NON GARANTISCE LA RESA DELL'USCITA
PERCHÈ NON SO A QUANTO AMMONTA (in questo caso) IL CREDITO DELLA MACCHINETTA

La minima informazione necessaria alla determinazione univoca dell'uscita, noto l'ingresso, costituisce LO STATO DEL SISTEMA

NOTA:
La macchina a gettoni è un esempio di AUTOMA cioè un INSIEME DISCRETO, SIGNIFICANTE, con INSIEMI DI INGRESSI E USCITE FINITI.
Se il numero degli stati è finito allora si ha una MACCHINA A STATI FINITI.

Esempio: ASSUNZIONE MEDICINALI
(sistema dinamico con tempo "misto")

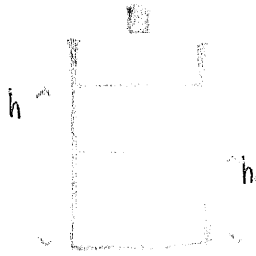
Avviene in momenti e tempistiche diverse:

① ASSUNZIONE del medicinale avviene in tempo discreto
② ASSORBIMENTO del medicinale nell'organismo in tempo continuo

- La conoscenza di informazioni quali INGRESSO, STATO, USCITA permettono di modellare in modo UNITARIO fenomeni fisici anche diversi.
- Le tre informazioni devono soddisfare però due proprietà
  1. DEVONO ESSERE CAUSALI
  2. POSSONO ESSERE DETERMINISTICI

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Esempio: SERBATOIO A SEZIONE COSTANTE



h_0 : altezza iniziale
Il serbatoio viene riempito fino a raggiungere l'altezza h

VARIAZIONI FINITE

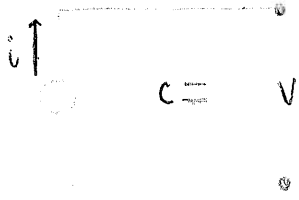
$$A(h-h_0) = \Delta V = \int_{t_0}^{t} \mu(\tau)\, d\tau$$

($\mu(\tau)$: portata d'acqua)

VARIAZIONI INFINITESIME

$$A\, dh = \mu(t)\, dt \iff \frac{dh}{dt} = \frac{\mu(t)}{A}$$

Esempio: CIRCUITO DI CARICA DI UN CONDENSATORE



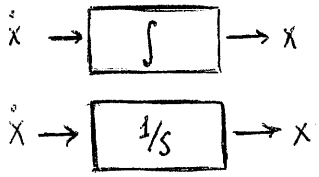
VARIAZIONI INFINITESIME

$$C\frac{dV}{dt} = i(t) \iff \frac{dV}{dt} = \frac{i(t)}{C}$$

NOTA BENE

Le equazioni differenziali presentate negli esempi hanno struttura analoga:
"LA DERIVATA DELLO STATO È PARI AL PRODOTTO TRA UNA COSTANTE E L'INGRESSO"

⇑
ELEMENTO COMUNE
INTEGRATORE



NOTA:
Sia "h" che "V" dipendono dalla condizione iniziale del sistema in cui lo stato si trova: vengono definite VARIABILI DI STATO

master COPY COPISTERIA 050/8312126 388/9837745

SISTEMI CONTINUI LINEARI

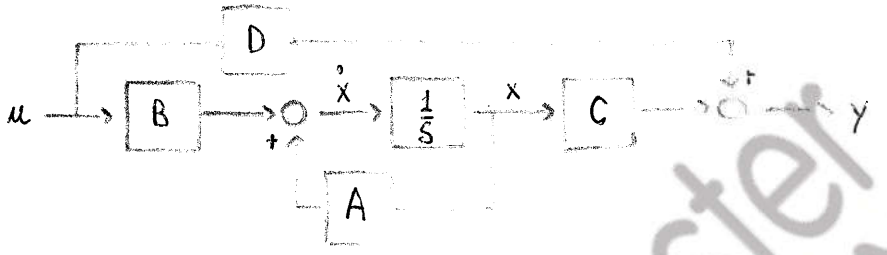
Rappresentazione più diffusa per descrivere il modello di un sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

Rappresentazione di:
- INGRESSI
- USCITE
- VARIABILI DI STATO

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

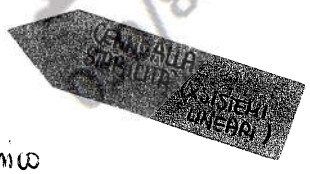
equivalente a:



Le componenti del sistema appartengono a domini diversi
$u \in \mathbb{R}^r \quad x \in \mathbb{R}^n \quad y \in \mathbb{R}^m$
pertanto le matrici A B C D avranno grandezze diverse $A_{n,n}, B_{n,r}, C_{m,n}, D_{m,r}$

1. **GRADO n**: rappresenta la dimensione dello spazio di stato e definisce l'ordine del modello dinamico.
2. **MATRICE B**: rappresenta collegamento tra ingressi e variabili di stato
3. **MATRICE C**: rappresenta collegamento tra variabili di stato e uscite
4. **MATRICE D**: rappresenta elemento di collegamento diretto tra ingressi e uscite
5. **MATRICE A**: è la matrice fondamentale da cui dipendono le proprietà di STABILITÀ del sistema.

La matrice A insieme alla matrice B e alla C crea particolari legami attraverso i quali possono essere caratterizzati gli aspetti del sistema dinamico



MATRICE CONTROLLABILITÀ

$$M_c = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B]$$

controllo del sistema dall'ingresso considerato

MATRICE OSSERVABILITÀ

$$M_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$