sist dinamici

DeF

IN → segnali (riferimenti), ovvero come il sist si deve comportare

OUT → riproduce il segnale d'ingresso

Disturbo → è un ingresso indesiderato, la diff tra IN e disturbo è che il primo è voluto il secondo lo voglio reiettare. (eliminare)

Sono azioni non volute che devono impattare (influenzare negativamente) il sist. dinamico

stato → una quantità che ci dà una condizione di memoria negli stati precedenti

Approccio sperimentale o induttivo → misuro il contenuto del sist. attraverso prove sperimentali.

Approccio pragmatico → Il sist, costruisco sucarta l'oggetto (sist) che voglio fare, lo simulo e se funziona cerco i componenti che servono per costruirlo

Macchina a stati Finiti → grafici, es: macchinetta caffè

sist LTI causale → (lineare Tempo Invariante se out, per t>to, out dipende da IN per valori di t≤ to)

sist controllabile attraverso gli ingressi (u) (condizione desiderata)

quando a partire da diversi stati iniziali riesco a far raggiungere al sistema lo stato finale

sist dinamico controllabile → quando riesco ad arrivare nello stato finale, anche in diversi modi → riesco a trovare un ug che mi porta nella condizione finale.

Alcuni sist non sono controllabili (sist non raggiungibile)

sist dinamico osservabile → quando da IN e OUT riesco a stabilire dov'è lo stato e quale è il suo valore solo dalla lettura di IN e OUT.

Funzione di trasferimento → $\frac{OUT}{IN}$ · $F(s) = \frac{OUT}{IN}$

Proprietà sist

sist causale → OUT dipende solo dagli ingressi del passato e non quelli futuri

sistemi dinamici → causali → OUT non dipende da valori futuri in IN
→ **deterministici** o stocastici → (se sono presenti fenomeni aleatori nel legame IN/OUT

Il mondo in eq. diff./algebriche lineari

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \qquad u \in \mathbb{R}^r,\ x \in \mathbb{R}^n,\ y \in \mathbb{R}^m$$

$A_{nn}, B_{nr}, C_{mn}, D_{mr}$ sono matrici

1. La coppia di matrici $[A, B]$ evidenzia la **proprietà di controllabilità**
2. La coppia di matrici $[A, C]$ evidenzia la proprietà di **osservabilità** → proprietà strutturali dei sist. dinamici

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Trasformata di Laplace (operatore lineare)

- Prima → sist di eq. diff. → stiamo lavorando nel tempo, nel campo dei reali → sia eq. diff come le abbiamo fatte a matematica

ora → logica delle trasformate

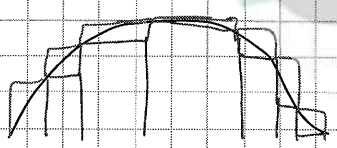
eq diff → trasformata di Laplace → eq algebriche, facili da risolvere, nel dominio di Laplace, nel campo dei complessi → sia algebriche → antitrasformata di Laplace → sia eq. diff. (temporale)

Def

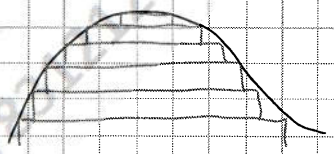
Trasformata di Laplace: sia $f(t)$ una funz. reale o complessa, di variabile reale t, definita nel semiasse reale positivo e continua in $\mathbb{R}^+$ e sommabile (ossia integrabile secondo Lebesgue) in ogni intervallo $[0,T]$, con $T>0$

Lebesgue comprende una classe di funz. più grande

Riemann



Lebesgue



- La trasformata di Laplace di $f(t)$, è la funz. complessa $F(s)$ di variabile complessa $s=\alpha+j\omega$ $\left[\mathcal{L}\{f(t)\}=\int_0^{+\infty} f(t)\cdot e^{-st}\,dt = F(s)\right]$

Condizione di convergenza → $\int_0^{+\infty} |f(t)\cdot e^{-st}|\,dt < \infty \quad \forall s \in I$

- La def. prevede la continuità di $f(t)$, può essere estesa richiedendo che $f(t)$ sia continua a tratti (ovvero avere un num finito di punti di discontinuità in tutto l'interv.
- se l'integrale converge per un certo $s_0 \in G \Rightarrow$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 328 9837745

converge $\forall t.c.$ $s \in \mathbb{C}$ $t.c.$ $Re\,s > Re\,s_0$, poiché

$|e^{-sk}| = e^{-(Re\,s)k}$ → la parte reale di s

Ascissa di convergenza → estremo inf dell'insieme dei valori reali o dei punti complessi, per cui converge l'integrale di def. della L-trasf della funz. in esame

Funz. L-trasformabili → esponenziali → ovvero devo verificare

$|e^{-\alpha t} \cdot f(t)| \leq M \quad f(t) \leq M \cdot e^{\alpha t} \Rightarrow f(t)$ è integrabile con la L-trasf. sse $\exists$ un'esponenziale che ci sta sopra (anche se $f(t) \to \infty$, esempio) una funz. è L-trasf. se è una funz L-trasf. capace di maggiorare in norma la funz. data

Condizioni di Dirichlet (di esistenza della trasf. di Laplace) → $f(t)$ continua a tratti, ovvero i suoi punti di discontinuità sono un'infinità numerabile $f(t)$ è limitata da $|f(t)| \leq M \cdot e^{kt}$ per qualche k, M

Funzioni razionali fratte → $F(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$

- Punti singolari (radici del numeratore e denom.)
  - zeri → le radici dell'eq. $N(s) = 0$
  - poli → le radici dell'eq. $D(s) = 0$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

ANTITRASFORMATA

integrale di Bromwich

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\alpha - j\infty}^{\alpha + j\infty} F(s)\, e^{st}\, ds = f(t)$$

integrale nel campo complesso

L'asse def. viene estesa a tutto l'asse reale maggiore dell'ascissa di converg. della funz. $f(t)$ Per calcolarla, basta trovare la L-trasf. e poi fare l'op. inversa (non quell'integrale)

nota: per $t < 0$ è nulla ($f(t) = 0$)

Funzioni note

Impulso di Dirac

$$\delta_\varepsilon(t-t_0) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ \frac{1}{\varepsilon} & t_0 \le t \le t_0+\varepsilon \\ 0 & t > t_0+\varepsilon \end{cases}$$

$$\mathcal{L}\{\delta(t-t_0)\} = 1 = \mathcal{L}\{\delta(t)\}$$
↳ per $t_0 = 0$ (calcolato nell'origine)

ha area unitaria, nullo negli intervalli esterni al suo istante di applicazione

Gradino

$$1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 1, 0 \end{cases} \qquad \left[\mathcal{L}\{1(t)\} = \frac{1}{s}\right]$$

Gradino traslato → $\left[\mathcal{L}\{1(t-t_0)\} = \frac{e^{-st_0}}{s}\right]$

Esponenziale

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ e^{\alpha t} & t > 1, 0 \end{cases} \qquad \left[\mathcal{L}\{e^{\alpha t}\} = \frac{1}{s-\alpha}\right]$$

teo

Teorema del valore iniziale $\left[\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty}(sF(s))\right]$

- lega le variabili in dominio tempo a quelle in dominio Frequenza (di Laplace) (sono proprietà globali del sist)

Teorema del valore Finale $\left[\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0}(sF(s))\right]$

- vale solo per sist stabili non convergenti per $t\to\infty$

se ∃ Finito il $\lim_{t\to\infty} f(t)$ ⇒ vale che

Calcolo dei residui polari per Funz. razionali Fratte

$\left[k_i = \frac{1}{(i-1)!} \cdot \lim_{s\to s_1} \frac{d^{i-1}}{ds^{i-1}}\left((s-s_1)^n \cdot G(s)\right)\right]$ • Nel calcolo dei coef. non considero il guadagno della $G(s)$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745