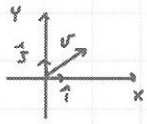
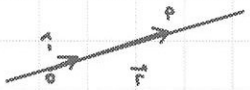
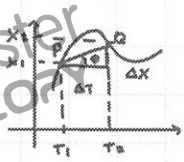
$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$ 

espressione del vettore $\vec{v}$ in termini delle componenti v_x e v_y e dei versori

legge oraria ottenuta dalla equazione di una sola componente $x(t)$ al variare di t

MOTO UNIMMENSIONALE:

$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i}$ $(= \vec{OP}(t))$ 

→ VELOCITÀ MEDIA: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = tg\,\theta$ 

→ NON DIPENDE DALLA LEGGE ORARIA (solo dagli istanti T_2 e T_1)

PENDENZA DELLA LEGGE ORARIA NEI VARI PUNTI ↓

→ VELOCITÀ INSTANTANEA: $\lim_{\Delta T \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta T} = \frac{d}{dt} x(t) = tg\,\theta_P$ → Pendenza della tangente alla legge oraria in P → può cambiare segno al variare di t.

(limite puntuale)

↓ DIPENDE DALLA PENDENZA DELLA LEGGE ORARIA!

misurata rapidità di variazione della posizione al variare del tempo

→ ACCELERAZIONE MEDIA $\vec{a} = \frac{\Delta v}{\Delta T}$

→ ACCELERAZIONE ISTANTANEA $\vec{a}_P = \lim_{\Delta T \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta T} = \frac{dv}{dT} = \frac{d^2}{dT^2} x(t)$

Tangente alla curva della velocità istantanea $= tg\,\theta_P$
rispetto al tempo T.

$X(t)$ NOTA $v(t)$: $v(t) = \frac{d}{dt} x(t)$

$$x(t) = x(t_0) + \int_{T_0}^{T_1} v(t')\,dT'$$

la legge oraria non è ancora completamente definita (serve $x(t_0)$) $\Delta x = x(T) - x(t_0) = \int_{T_0}^{T} v(T')\,dT'$

$v(T)$ NOTA $a(t)$: $v(t) = v(t_0) + \int_{T_0}^{T_1} a(t')\,dT'$

$$\Delta v = v(t) - v(t_0) = \int_{T_0}^{T} a(T')\,dT'$$

$x(t)$ NOTA $a(t)$: $x(t) = x(t_0) + v(t_0)(t - T_0) + \int_{T_0}^{T} \left[\int_{T_0}^{T_1} a(T'')\,dT'' \right] dT'$

master COPY COPISTERIA

MOTO UNIMMENSIONALE.

- $[a(t)=0]\ \forall T \rightarrow v=\text{cost.}$ → **MOTO RETTILINEO UNIFORME** $x(t)=x(t_0)+v(t_0)(T-T_0)$ $\quad v(t)=v(t_0)=\text{cost.}$ $\quad v_f^2-v_i^2=2a\,\Delta x$
- $a(t)=\text{cost.}$ → **MOTO UNIFORMEMENTE ACCELLERATO** $x(t)=x(t_0)+v(t_0)(T-T_0)+\frac{1}{2}a_0(T-T_0)^2$

$v(t)=v(t_0)+a_0(t-T_0)$ $\quad a(t)=\frac{d^2}{dT^2}x(t)=a_0=\text{cost}$

$\left(v(t)=v(t_0)+\int_{T_0}^{T} a_0\,dt'\right)$

↓

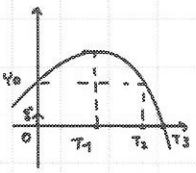
es. CADUTA DEI GRAVI — MOTO UNIFORMEMENTE ACCELLERATO (1D)

3 ↑ (segno rispetto al sistema di coordinate)

$\vec{a}=-g\hat{j}$ $\quad (g>0)$

$\vec{v}(t_0)=v_0\hat{j}$ $\quad (v_0>0)$

Legge oraria: $y(t)=y_0+v_0T-\frac{1}{2}gT^2$ (y_0 come ho definito il sistema di coordinate)



$\left(v_i^2=2gh\right)$

T_1: $v(T_1)=0$

$v(T_1)=\frac{d}{dT}y(t)_2=v_0-gT_1=0 \longrightarrow T_1=\frac{v_0}{g}$

T_2: $y(t_2)=y_0$

$y_0+v_0T_2-\frac{1}{2}gT_2^2=y_0$

$v_0T_2-\frac{1}{2}gT_2^2=0$ $\quad \begin{cases} T_2=0 \\ T_2=\frac{-2v_0}{g}=2T_1 \end{cases}$

$v(t_2)=v_0-gT_2=-v_0$

↳ uguale in modulo ma contraria di verso.

T_3: $y(t_3)=0$

$y_0+v_0T_3-\frac{1}{2}gT_3^2=0$

$T_3=\frac{v_0+\sqrt{v_0^2+2gy_0}}{g}$

MOTO IN 2D / 3D

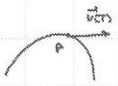
introduco un sistema di coordinate (es. 2D) piano

non dipendono dal tempo

$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$ → vettore r = vettore modulo direzione verso

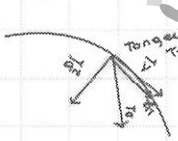
$\Delta\vec{r}(t) = \Delta x(t)\vec{i} + \Delta y(t)\vec{j}$

→ $\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta T} = \frac{\Delta x}{\Delta T}\vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta T}\vec{j}$ $\xrightarrow{\lim_{\Delta T \to 0}}$ $\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dT}$ → posizione il sistema di coordinate = DERIVATA PRIMA RISPETTO AL TEMPO DELLA LEGGE ORARIA



→ $\vec{a}_m = \frac{\vec{v}(T_2) - \vec{v}(T_1)}{T_2 - T_1}$ (somma di velocità vettoriale)

$\vec{a} = \left(\frac{dv_x}{dT}\right)\vec{i} + \left(\frac{dv_y}{dT}\right)\vec{j} = \frac{d\vec{v}}{dT} = \frac{d^2\vec{r}}{dT^2}$ $\vec{a}(t)$ 2 componenti → $\vec{a}_T$ (// tang.), $\vec{a}_N$ (⊥ tang.)



$\vec{a}(t) = \vec{a}_T(t) + \vec{a}_N(t)$

→ 2 VETTORI SONO UGUALI SE HANNO LE STESSE COORDINATE RISPETTO LO STESSO SISTEMA DI COORDINATE

MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO: ($\vec{a}(t) = \vec{a_0} = \cost$)

$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$

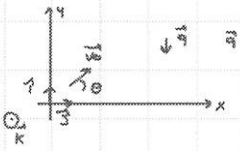
$\vec{a} = \vec{a_0} = a_{0x}\vec{i} + a_{0y}\vec{j} = \frac{d\vec{v}(t)}{dT}$ → sistema di coordinate

$\vec{v}(t) = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j}$

$\begin{cases} v_x(t) = v_{0x} + a_{0x}(T - T_0) \\ v_y(t) = v_{0y} + a_{0y}(T - T_0) \end{cases}$ → $\vec{v}(t) = \vec{v_0} + \vec{a_0}(T - T_0)$ posso eliminare il sistema di coordinate

$r(T) = \vec{r_0} + \vec{v_0}(T - T_0) + \frac{1}{2}\vec{a_0}(T - T_0)^2$

→ es. MOTO PROIETTILE $\vec{r}(T) = \vec{r_0} + \vec{v_0}T + \frac{1}{2}\vec{g}T^2$



$\vec{g} = -g\vec{j}$

$\vec{r_0} = (x_0, y_0, z_0)$

$\vec{g} = (0, -g, 0)$

$\vec{v_0} = (v_{0x}, v_{0y}, 0)$

$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x}T \\ y(t) = y_0 + v_{0y}T - \frac{1}{2}gT^2 \\ z(t) = z_0 \end{cases}$ $\begin{cases} v_{0x} = v_0\cos\theta \\ v_{0y} = v_0\sin\theta \end{cases}$ $\begin{matrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{matrix}$ → $\begin{cases} x(t) = v_{0x}t \\ y(t) = v_{0y}T - \frac{1}{2}gT^2 \end{cases}$

- TRAIETTORIA PROIETTILE: $y = \tan\theta\, x - \frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2\cos^2\theta}x^2$ lego le coordinate rendo dipendente dal tempo → trovo t da x(t) e lo sostituisco in y(t)

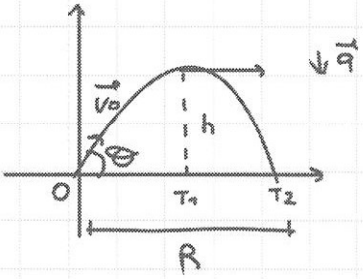
- MASSIMA ALTEZZA RAGGIUNTA: $\vec{v} \neq 0$ → $v_y(T_1) = 0$ $v_y(T) = \frac{d}{dT}y(t) = v_{0y} - gT$ → $T_1 = \frac{v_{0y}}{g}$

$h = y(T_1) = \frac{1}{2}\frac{v_0^2\sin^2\theta}{g}$

- GITTATA (R) = distanza dal punto di partenza

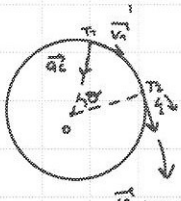
$R = x(T_2)$ $y(T_2) = 0$ → $T_2 = 2T_1 = 2\frac{v_{0y}}{g} = \frac{2v_0\sin\theta}{g}$

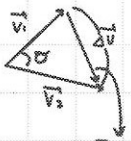
$R = \frac{v_0\cos\theta\, 2v_0\sin\theta}{g} = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta$ → Max gittata $2\theta = \pi \rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$ rad



MOTO CIRCOLARE UNIFORME (2D)

$|\vec{v}| = \text{cost.}$





$\Delta\vec{v} = v \cdot \Delta\sigma$

$\Delta\sigma = \frac{\Delta s}{R}$

$\vec{v}$ tangente alla traiettoria!

$\vec{a}_c$ è diretta dalla posizione della massa al centro

posizione lungo della circonferenza

$$|\vec{a}| = \left|\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right| \cong \frac{v\,\Delta\sigma}{\Delta t} \cong \frac{v\,\Delta s}{\Delta t \cdot R} = \frac{v^2}{R}$$

$\Delta\vec{v} = v \cdot \Delta\sigma$ $\quad \Delta\sigma = \frac{\Delta s}{R}$ $\quad v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

n.B. $\left|\frac{d\vec{v}}{dt}\right| \neq 0$ ma $\vec{a}_T$

$|\vec{a}| = \frac{v^2}{R}$ ACCELERAZIONE CENTRIPETA. ($\perp$ a $\vec{v}$)

Radiale

(ACC. VEL. ISTANTANEA)

$$\omega = \frac{\Delta\sigma}{\Delta t} = \frac{1}{R} \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v}{R} = \omega$$

$\Delta\sigma = \frac{\Delta s}{R}$

VELOCITÀ ANGOLARE

= costante

(MOTO circolare uniforme $\omega = \omega$)

X GIRO

$T = \frac{2\pi R}{v}$

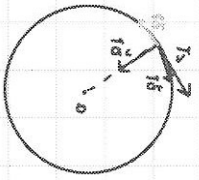


$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$f = \frac{1}{T}$

MOTO CIRCOLARE VARIO

$v(t) \neq \text{cost.}$!!



2 componenti $\vec{a}_m = \vec{a}_{Tm} + \vec{a}_{cm}$

$|\vec{a}_T| = \left|\frac{d\vec{v}}{dt}\right|$ $\quad |\vec{a}_c| = \frac{v_{cm}^2}{R}$

- parallelo a $\vec{v}$ $\quad \frac{dv}{dt} > 0$
- opp. parallelo a $\vec{v}$ $\quad \frac{dv}{dt} < 0$

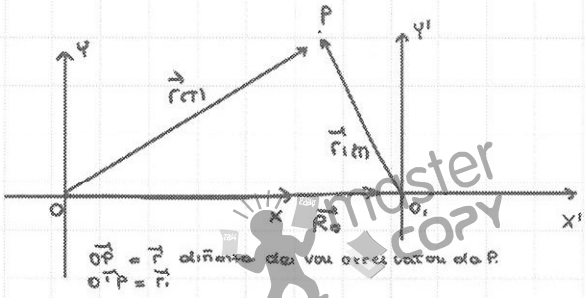
MOTI RELATIVI

TRASFORMAZIONE GALILEIANA

TRA 2 SISTEMI DI RIFERIMENTO IN MOTO TRASLATORIO RELATIVO

↓

2 sistemi di assi e in cui le velocità relative non variano.



$\vec{OP} = \vec{r}$ distanza che varia rispetto ad O.

$\vec{O'P} = \vec{r_1}$

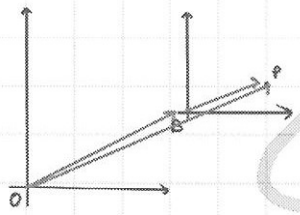
$$\vec{r}_{1\,(T)} = \vec{r}_{(T)} - \vec{R}_0$$

V. Rel.

$$\frac{d}{dT}\vec{r}_1 = \frac{d\vec{r}}{dT} - \frac{d\vec{R}_0}{dT}$$

Vass. — Vel. trasc. di O' rispetto ad O

$$\vec{a}_1 = \vec{a} - \vec{a}_0$$



$\vec{OP} = \vec{OB} + \vec{BP}$

$\vec{V}_{PO} = \vec{V}_{BO} + \vec{V}_{PB}$

$(\vec{V}_{B,P,O})$ $(-u,0)$

$a_0 = 0$ se i 2 sistemi hanno moto rettilineo uniforme l'uno rispetto all'altro

Cinematismo

$\vec{a}_1 = \vec{a}$

Relativa — Assoluta