Formulario Fisica 1

a cura di Matilde

a.a. 2021-22

1 Meccanica

1.1 Cinematica del punto materiale

Ci occupiamo di sistemi puntiformi, ovvero privi di qualsiasi estensione spaziale, a cui associamo una massa inerziale, considerando il moto del sistema, che andiamo a descrivere indipendentemente dalle cause. Ciò che ci interessa in particolare è la **legge oraria** del corpo, che descrive l'andamento della sua posizione nel tempo.

1.1.1 Moti unidimensionali

Velocità istantanea: grandezza che caratterizza la variazione di posizione nel tempo. Sempre tangente alla traiettoria.

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} \tag{1}$$

Accelerazione istantanea: grandezza che caratterizza la variazione di velocità nel tempo.

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2(t)}{dt^2} \tag{2}$$

Ricavare la legge oraria conoscendo la velocità o l'accelerazione

1) Nota la velocità: noti x_0 e $v(t)$, abbiamo che:

$$x(t) = x_0 \int_{t_0}^{t} v(t')\delta t' \tag{3}$$

2) Nota l'accelerazione: noti x_0 e v_0 all'istante t_0, abbiamo che:

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \int_{t_0}^{t}\int_{t_0}^{t'} a(t'')\delta t''\delta t' \tag{4}$$

$$v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t')\delta t' \tag{5}$$

Casi particolari del moto
Moto rettilineo uniforme: $a = 0$, v è costante.

Moto rettilineo uniformemente accelerato: a=costante; abbiamo che:

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0) \tag{6}$$

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0) \tag{7}$$

Il **moto di caduta dei gravi** è un moto uniformemente accelerato dove $a = -g$.

1.1.2 Moti tridimensionali e bidimensionali

Introducendo un sistema di coordinate levogire **i,j,k**, abbiamo che:

$$\overrightarrow{v(t)} = \frac{d\overrightarrow{r(t)}}{dt} \tag{8}$$

$$\overrightarrow{a(t)} = \frac{d\overrightarrow{r(t)}}{dt^2} \tag{9}$$

Nota: l'accelerazione vettoriale può modificare la velocità in due modi: cambiandone il modulo o cambiandone la direzione. Pertanto, l'accelerazione vettoriale in un piano planare (2D) ha due componenti, una **radiale** alla traiettoria che modifica la direzione e una **tangenziale** alla traiettoria che modifica il modulo della velocità istantanea (che è sempre tangenziale alla curva della traiettoria); in un moto tridimensionale, avremo anche una terza componente dell'accelerazione, perpendicolare al piano della componente radiale e tangenziale.
Le equazioni del moto rettilineo uniforme e del moto rettilineo uniformemente accelerato in due/tre dimensioni sono identiche a quelle lineari, fatta eccezione per la presenza di quantità vettoriali (spostamento, velocità, accelerazione vettoriale).

1.1.3 Moto dei proiettili

Descriviamo il moto di un corpo che, partendo da una velocità iniziale e soggetto al campo gravitazionale, segue un moto planare che possiamo scomporre lungo le seguenti componenti:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_0 \cos(\theta)(t - t_0) \\ y(t) = y_0 + v_0 \sin(\theta)(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2 \end{cases} \tag{10}$$

Dove θ è l'angolo d'inclinazione della velocità iniziale rispetto all'orizzontale, y_0 è la quota iniziale rispetto all'orizzontale.

master COPY COPISTERIA

Del moto dei proiettili possono interessarci anche la **gittata**

$$G = \frac{{v_0}^2 \sin(2\theta)}{g} \tag{11}$$

E la **cuspide**, ovvero la massima altezza raggiunta

$$h = \frac{{v_0}^2 \sin^2(\theta)}{2g} \tag{12}$$

1.1.4 Moto circolare uniforme

Si tratta di un moto in due dimensioni in cui il punto materiale segue una traiettoria circolare con una velocità tangenziale vettoriale di **modulo** costante e direzione variabile (ricorda: è sempre tangente alla circonferenza). Posto θ l'angolo spazzato da un istante t_1 a un istante t_2, osserviamo che, per $\theta \to 0$, il vettore $\Delta\overrightarrow{v}$ tende a disporsi verticalmente rispetto alla velocità tangenziale. Pertanto, ne deduciamo che l'unica componente dell'accelerazione presente è quella **radiale**, che chiamiamo in questo caso **accelerazione centripeta** poiché è sempre rivolta verso il centro della circonferenza. Il moto è detto uniforme perché la velocità tangenziale ha **modulo** costante, così come l'accelerazione radiale.

Formule del moto circolare uniforme

$$|\overrightarrow{a}| = \frac{v^2}{R} \tag{13}$$

$$\omega = \frac{v}{R} \tag{14}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \tag{15}$$

1.1.5 Moto circolare vario

In questo moto, il punto materiale segue una traiettoria circolare con modulo della velocità variabile. Pertanto, abbiamo sia una componente centripeta che tangenziale della velocità.

$$\overrightarrow{a} = \begin{cases} \overrightarrow{a_c} \to a_c = \frac{v^2(t)}{R} \\ \overrightarrow{a_t} \to |a_t| = |\frac{dv(t)}{dt}| \end{cases} \tag{16}$$

Il verso dell'accelerazione tangenziale può essere parallelo o antiparallelo alla velocità se l'accelerazione tangenziale è rispettivamente positiva o negativa. L'accelerazione centripeta è sempre rivolta verso il centro della circonferenza.

1.1.6 Moti relativi - trasformazione galileiana

Il moto relativo è una trasformazione galileiana tra due sistemi di riferimento in moto **traslatorio** relativo. L'orientamento reciproco degli assi di riferimento deve rimanere costante nel moto traslatorio relativo tra i due sistemi per poter applicare queste relazioni.

Per l'orale: la trasformazione galileiana funziona poiché si assume che il tempo nei due sistemi scorra allo stesso modo; si tratta di un'approssimazione che va bene per velocità molto minori di quelle della luce; a velocità prossime alla velocità della luce, servirebbero delle correzioni relativistiche.

Detti $\vec{R}$ la posizione di trascinamento (cioè la posizione del sistema in movimento rispetto al sistema di riferimento assoluto, supposto fermo); $\vec{r}$ e $\vec{r'}$ le posizioni del punto materiale rispetto al sistema assoluto e al sistema relativo, abbiamo che:

$$\vec{r}(t) = \vec{R}(t) + \vec{r'}(t) \tag{17}$$

Derivando rispetto al tempo una e due volte, otteniamo:

$$\vec{v}(t) = \vec{V}(t) + \vec{v'}(t) \tag{18}$$

$$\vec{a}(t) = \vec{A}(t) + \vec{a'}(t) \tag{19}$$

1.2 Dinamica del punto materiale

Ci occupiamo adesso di identificare le cause del moto, ovvero le **forze**.

Def. 1 ***Forza:*** *causa di una variazione di velocità/stato di moto*

1.2.1 Principi della dinamica (Newton)

Def. 2 ***Principio di inerzia:*** *in assenza di forze, un corpo persevera nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme (moti spontanei)*

Inerzia: proprietà di un sistema che manifesta la sua tendenza a opporsi a una variazione della propria velocità. La massa inerziale è la misura dell'inerzia dei corpi (puntiformi ed estesi) rispetto a una variazione di moto traslatorio.

Def. 3 ***Secondo principio - definizione di forza***

$$m\vec{a} = \vec{F} \tag{20}$$

La quantità a sinistra è l'effetto dell'applicazione di una forza, la quantità a destra è la causa dell'accelerazione del corpo. Le due quantità sono **numericamente** uguali, ma non identiche.

Def. 4 ***Principio di azione e reazione:*** *a ogni forza corrisponde una reazione uguale e contraria*

Consideriamo la forza che la Terra esercita sulla Luna. La Luna esercita sulla Terra una forza di modulo e direzione uguale ma di verso opposto sulla Terra. Le due forze (una di azione e una di reazione) sono colineari, ovvero si trovano sulla stessa retta direttrice.

master copy

1.2.2 Vincoli e funi ideali

Def. 5 ***Vincolo:*** *disposizione di parte di un problema che limita il movimento del sistema. Possiamo avere vincoli* ***lisci****, ovvero in grado di esercitare delle reazioni perpendicolari alla propria superficie, oppure dei vincoli* ***scabri****, in grado di esercitare anche delle forze radenti ovvero parallele alla superficie.*

Def. 6 ***Fune ideale:*** *fune inestensibile e priva di massa. Quest'ultima proprietà implica che la risultante delle forze applicate agli estremi di una fune ideale è nulla indipendentemente dall'accelerazione della fune stessa. La proprietà può essere estesa anche ad eventuali forze applicate in punti intermedi della fune purché non abbiano componenti parallele alla fune stessa.*

1.2.3 Forza di attrito radente statica

Forza che si instaura tra due superfici a contatto il cui moto relativo è nullo. Osserviamo che, a qualsiasi istante,

$$\vec{F} = \vec{F_s} \tag{21}$$

Ovvero la forza di attrito statico è sempre uguale alla risultante delle forze applicate al corpo. Sperimentalmente, osserviamo che la situazione di equilibrio permane finché non si raggiunge un valore soglia:

$$F_s^{max} = \mu_s |\vec{N}| \tag{22}$$

Dove $\vec{N}$ è la reazione normale del vincolo scabro, μ_s è il coefficiente di attrito statico tra le due superfici.

1.2.4 Forza di attrito dinamico

In questo caso, è presente un moto relativo tra le due superfici scabre.
La forza di attrito dinamico si oppone al moto del corpo e ha modulo costante pari a

$$|\vec{F_d}| = \mu_d |\vec{N}| \tag{23}$$

master copy