lezione 09/04/2021

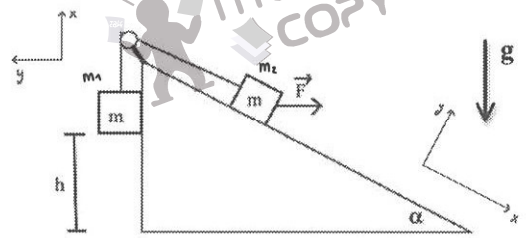
ESERCITAZIONE 01. 9/4/2021

tensione rimane la stessa

velocita' corpi e' uguale (anche accelerazioni)

Esercizio 1

Due corpi identici, di massa m, sono collegati tra loro mediante una fune inestensibile passante per una carrucola di dimensioni trascurabili (Fig.1). Uno dei corpi e' appoggiato su un piano inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale. L'altro e' libero di muoversi in verticale e inizialmente posto ad un'altezza h rispetto a terra. Il sistema è tenuto in equilibrio da una forza F orizzontale. Non sono presenti attriti. E' presente la forza peso.



$m_1 = m_2$

Fig. 1

problema equilibrio:

somma delle forze = 0 $\quad \Sigma \vec{F} = 0$

somma dei momenti = 0 $\quad \Sigma \vec{H} = 0$

1.1) Calcolare il modulo della forza orizzontale F:

F =

All'istante t = 0 viene dimezzato il modulo della forza orizzontale applicata.

1.2) Calcolare, all'istante $t=0^{+}$, il modulo dell'accelerazione dei due corpi :

a =

1.3) Calcolare il modulo della velocità con la quale tocca terra il corpo che si muove in direzione verticale:

v =

1.1) Trovare $\vec{F}$

diagrammi corpo libero



equilibrio:

① $\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = 0$

② $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{N} + \vec{F} = 0$

Dobbiamo proiettare su sistemi di coordinate (disegno) e poi usare componenti per trovare soluzione

Sappiamo $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$ (carrucola priva di massa)

T e' modulo tensione

⇓


master
COPY


master
COPY

$\vec{P_1} = (-mg, 0)$ $\quad \vec{T_2} = (-T, 0)$

$\vec{T_1} = (T, 0)$ $\quad \vec{N} = (0, N)$

$\vec{P_2} = (mg\sin\alpha, -mg\cos\alpha)$

$\vec{F} = (F\cos\alpha, F\sin\alpha)$

disegnino esplicativo



$F_x = F\cos\alpha$
$F_y = F\sin\alpha$



$P_x = P\sin\alpha$
$P_y = -P\cos\alpha$

corpo 1

x: $T - mg = 0 \Rightarrow T = mg$

y: non ci sono forze

corpo 2

$T = mg$ 1° equazione

x: $-T + mg\sin\alpha + F\cos\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad F = \frac{T - mg\sin\alpha}{\cos\alpha} \overset{\downarrow}{=} mg\frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha} = F_0$ forza di equilibrio

y: $N + F\sin\alpha - mg\cos\alpha = 0$

Troviamo anche N $\Rightarrow N = mg\cos\alpha - F\sin\alpha = mg\left[\frac{\cos^2\alpha - \sin\alpha + \sin^2\alpha}{\cos\alpha}\right] = mg\left[\frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha}\right]$

1.2) $F \longrightarrow \frac{F_0}{2}$ non più in equilibrio, i corpi si muovono

$F = \frac{mg}{2}\frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$\vec{P_1} + \vec{T_1} = m\vec{a_1}$

$\vec{P_2} + \vec{T_2} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a_2}$

$T = |\vec{T_1}| = |\vec{T_2}|$ ma non è la tensione di prima. (carrucola priva massa) ≠ da 1.1

$\vec{a_1} = (a, 0)$ fune inestensibile

$\vec{a_2} = (a, 0)$

└ con segno

OSS 1: carrucola senza massa $\Rightarrow$ T uguali

fune inestensibile $\Rightarrow$ a uguali

OSS 2: se "tiro su" la massa m_1 la tensione sarà maggiore della forza peso.

se invece le faccio scendere la tensione sarà minore della forza peso

corpo 1

x: $-mg + T = ma$ $\quad T = ma + mg$

corpo 2 2 equazioni e 2 incognite

x: $-T + mg\sin\alpha + \frac{F_0}{2}\cos\alpha = ma$

sommo le due (o sostituisco)

$-mg + mg\sin\alpha + \frac{F_0}{2}\cos\alpha = 2ma$

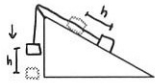
$\frac{mg}{2}(-1 + \sin\alpha) + \frac{mg}{2}\frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\cos\alpha = 2ma$

$\Downarrow$

$a = -\frac{g}{4}(1 - \sin\alpha)$ $\Leftarrow$ a è costante

└ il meno ci dice che m_2 scende (torna perché forza peso m_2 è tutta mentre m_2 no)

4.3)



1) leggi moto uniformemente accelerato (dato che a è costante)

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x$$

$$v_f^2 - 0 = 2\left(-\frac{g}{4}(1-\sin\alpha)\right)(-h)$$

$$v_f^2 = \frac{gh}{2}(1-\sin\alpha)$$

master COPY

2) Si può usare conservazione energia:

- entrambe forza peso è conservativa
- N non fa lavoro perché ⊥ spostamento
- non c'è attrito
- tensioni compiono lavori però sono uguali e opposti => si annullano

⇓

lavoro fune = 0 se inestensibile

PERÒ $\Delta E = \mathcal{L}(\vec{F})$

$\Delta E = \mathcal{L}$ ← Δ = finale − iniziale

$\Delta U_1 + \Delta K_1 + \Delta U_2 + \Delta K_2 = \mathcal{L}$

$-mgh + \frac{1}{2}mv_f^2 + mgh\sin\alpha + \frac{1}{2}mv_f^2 = -\frac{F_0}{2}h\cos\alpha$ ④

lavoro negativo: Forza tira verso destra e m_2 sale

corpo 2 quanto sale? $h\sin\alpha$

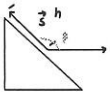


⇓

$\frac{1}{2}mv_f^2 = mgh(1-\sin\alpha) = \frac{mg}{2}\frac{(1-\sin\alpha)}{\cos\alpha}\cdot\cos\alpha$

$v_f^2 = \frac{gh}{2}(1-\sin\alpha)$

④ $\mathcal{L} = \vec{F}\cdot\vec{s}$



$\beta = \pi - \alpha$ e $\cos(\pi-\alpha) = -\cos\alpha$

$\vec{F}\cdot\vec{s} = \frac{F_0}{2}h\cos\beta = \frac{F_0}{2}h(-\cos\alpha)$

oppure prendo h e lo proietto lungo la direzione della forza

↳ in modulo $h\cos\alpha$, ma è opposto alla forza => $-h\cos\alpha$

master COPY

Esercizio 2

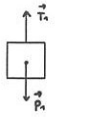
Considerare lo stesso sistema dell'esercizio 1, ma eliminando la forza orizzontale F ed introducendo invece attrito tra la massa m ed il piano inclinato.

2.1) Qual è il minimo coefficiente di attrito statico μ_s^{MIN} per cui il sistema rimane in equilibrio?
2.2) Supponiamo che sia $\mu_s = \mu_s^{MIN}$ e di tagliare la fune. La cassa sul piano inclinato scende o sta ferma?
2.3) Se il coefficiente di attrito dinamico è μ_d, e le due casse sono alla stessa altezza, con quali velocità arrivano a terra?

F_s = attrito statico
- parallelo alla superficie
- verso positivo o negativo
- modulo max $\mu_s N$

$|\vec{F_s}| \leq \mu_s |\vec{N}| = F_{s,max}$

2.1)





$\vec{F_s}$ applicata nel punto di contatto; è una forza di reazione

STATICO => reazione di tipo vincolare con un massimo $|\vec{F_s}| \leq \mu_s |\vec{N}|$ (es: libro sul tavolo $\vec{F_s} = 0$; tavolo deve reagire per avere $\vec{F_s}$)

DINAMICO $|\vec{F_d}| = \mu_d |\vec{N}|$

corpo 1

x: $T = mg$

corpo 2

x: $F_s - T + mg\sin\alpha = 0$ $\quad F_s = mg(1-\sin\alpha)$

y: $N - mg\cos\alpha = 0$ $\quad N = mg\cos\alpha$

3 incognite

oss: per trovare limite $\vec{F_s}$ non si sostituisce al posto $\vec{F_s} \to \mu_s|\vec{N}|$; è concettualmente pericoso (vero solo se si cerca limite F_s, ma a volte si cerca $\vec{F_s}$)

⇓

come fa lui va bene: prima si calcola $\vec{F_s}$ e poi si impone $\leq \mu_s N$

sommo le prime due: $F_s = mg(1-\sin\alpha)$

corpo sta in equilibrio solo se $F_s \leq \mu_s N = F_s^{max}$

condizione equilibrio: $mg(1-\sin\alpha) \leq \mu_s (mg\cos\alpha)$

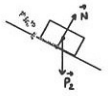
$$\mu_s \geq \frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha} = \mu_s^{MIN}$$

domanda:

$\mu_s' = 2\mu_s^{MIN}$ (sicuramente situa di equilibrio) => quanto è F_s? è sempre $mg(1-\sin\alpha)$

2.2) $\mu_s = \mu_s^{MIN} = \frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha}$

taglio la fune $\longrightarrow T = 0$



x: $-F_s + mg\sin\alpha = 0$

y: $N - mg\cos\alpha = 0$

$F_s = mg\sin\alpha$

può stare ferma? $F_s \leq F_s^{max} = \mu_s N = \mu_s^{min} mg\cos\alpha$

sta in equilibrio se $mg\sin\alpha \leq \frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha} mg\cos\alpha$ <=> $2\sin\alpha \leq 1$ <=> $\sin\alpha \leq \frac{1}{2}$ <=> $\alpha \leq \frac{\pi}{6}$

se l'angolo è minore di 30° sta ferma, altrimenti scende