FORMULARIO - MECCANICA

CINEMATICA

Velocità' $v(t) = \frac{d}{dt} x(t)$

Accelerazione $a(t) = \frac{d}{dt} v(t) = \frac{d^2}{dt^2} x(t)$

MOTO RETTILINEO UNIFORME

Legge oraria $x(t) = x_0 + v(t - t_0)$

MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

Legge oraria $x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a_0 (t - t_0)^2$

LANCIO E CADUTA DEI GRAVI

Legge oraria $y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

Raggiunta quota massima $t_1 = \frac{v_0}{g}$

Torna alla quota iniziale $t_2 = \frac{2 v_0}{g} = 2t_1$

Arriva a terra $t_3 = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2 g y_0}}{g}$

MOTO DEL PROIETTILE

Legge oraria $\begin{cases} x(t) = v_{0x} \cdot t \\ y(t) = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \\ z(t) = 0 \end{cases}$

Traiettoria $y(t) = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} x(t) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x(t)}{v_{0x}} \right)^2$

Quota massima $h = y(t') = \frac{1}{2} \frac{v_{0y}^2}{g}$

Gittata $x_G = x(t'') = \frac{v_0^2}{g} \sin(2\theta)$

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

Accelerazione centripeta $a_c = \frac{v^2}{R}$ $\quad a_c = \omega^2 R = (\alpha t)^2 R$

Moto circolare uniformemente accelerato

Velocità' angolare $\omega = \frac{v}{R}$

MOTO CIRCOLARE VARIO

Accelerazione tangenziale $a_T(t) = \frac{d}{dt} v(t)$ $\quad a_T = \alpha R$

MOTI RELATIVI

Velocità' $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0$

Accelerazione $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}_0$

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

DINAMICA

Primo principio $\sum \vec{F}^{EXT} = 0 \Rightarrow \vec{v} = 0$ oppure $\vec{v} = cost$

Secondo principio $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$
causa effetto

Terzo principio $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$

FORZA DI ATTRITO

Statico $\vec{F}_{s\,(MAX)} = \mu_s \vec{N}$ ucuico

Dinamico $\vec{F}_d = \mu_d \vec{N}$ ancico

Viscoso $\vec{F}_v = -\gamma \vec{v}$

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

MOLLA IDEALE

Legge di Hooke $|\vec{F}| = k|l - l_0|$

LAVORO

Di una forza $L_{A\to B} = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$ prodotto scalare $a \cdot b = ab\cos\theta$

ENERGIA

Cinetica $K = \frac{1}{2} m v^2$

Potenziale $U = mgy$

Potenziale elastica $U = \frac{1}{2} k (l - l_0)^2$

Meccanica $E = K + U$

QUANTITA' DI MOTO

Quantità di moto $\vec{p} = m\vec{v}$

PRINCIPI DI CONSERVAZIONE

Teorema delle forze vive $L_{i\to F}^{(TOT)} = L^{CONS} + L^{NCONS} = K_F - K_i$

Conservazione energia meccanica $L^{(NCONS)} = E_F - E_i$

F conservative → F peso, F gravitazionale
F non conservative → F attrito dinamico
(F attrito statico non compie lavoro)

$L^{NCONS} = 0$ → non ci sono $\vec{F}_{NC}$ ⇒ $E_F = E_i$
ci sono $\vec{F}_{NC}$ ma non fanno lavoro

Conservazione quantità di moto $\sum \vec{F}^{EXT} = 0 \Rightarrow \vec{p}_F = \vec{p}_i$
se il sistema è isolato. ↖ $\vec{p}$ si conserva
se il sistema è non isolato, ↙
se non ci sono $\vec{F}^{EXT}$ impulsive

F impulsive → se trasferiscono una P finita in un Δt infinitesimo

POTENZA

Potenza $P = \frac{dL}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$ prodotto scalare

IMPULSO

Di una forza $\vec{I}(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)\,dt = \vec{p}(t_2) - \vec{p}(t_1)$

URTI

Elastico $E(t_0-\varepsilon) = E(t_0+\varepsilon)$ E meccanica si conserva durante l'urto

$$\begin{cases} m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ \frac{1}{2} m_1 v_{01}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \end{cases}$$ se c'è anche conservazione di $\vec{p}$

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1+m_2} v_{01} + \frac{2m_2}{m_1+m_2} v_{02} \qquad v_2 = \frac{2m_1}{m_1+m_2} v_{01} + \frac{m_2 - m_1}{m_1+m_2} v_{02}$$

Anelastico $E(t_0-\varepsilon) \neq E(t_0+\varepsilon)$ E meccanica non si conserva

Totalmente anelastico $\vec{v}_1 = \vec{v}_2$ i due corpi dopo l'urto rimangono uniti = avranno medesima velocità

SISTEMI A MASSA VARIABILE

Legge $M\frac{dv}{dt} = -\frac{dm}{dt} v_{rel}$

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

SISTEMI ESTESI

Posizione centro di massa $\vec{R}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\int \vec{r}\, dm}{M}$

Densità di volume $\rho = \frac{dm}{dv}$

$x_{CM} = \frac{\int x\, dx dy dz}{V}$ se corpo omogeneo (densità costante in tutti i punti)

Densità di superficie $\sigma = \frac{dm}{ds}$

$x_{CM} = \frac{\int x\, dx dy}{S}$ se omogeneo

In una dimensione $x_{CM} = \frac{L}{2}$ se omogeneo e a metà

DINAMICA DEL CENTRO DI MASSA

Quantità di moto $\vec{p}_{tot} = M\vec{v}_{CM}$

ROTAZIONE ATTORNO A UN ASSE FISSO

Velocità tangenziale o periferica $v(t) = \omega(t) \cdot R$

Accelerazione tangenziale $a_T(t) = \alpha(t) R$ se il moto non è uniforme

Accelerazione centripeta $a_c(t) = \frac{v^2(t)}{R}$

Velocità angolare $\omega(t) = \omega_0 + \alpha(t-t_0)$

Spostamento angolare $\theta(t) = \theta_0 + \omega_0(t-t_0) + \frac{1}{2}\alpha_0 (t-t_0)^2$

ENERGIA CINETICA

Moto traslatorio $K = \frac{1}{2} M v^2$

Moto di rotazione $K = \frac{1}{2} I_n \omega^2$ I momento di inerzia

Lavoro $L = \pm \int M d\theta$ Potenza $\vec{P} = \vec{M} \cdot \vec{v}$

MOMENTO DI INERZIA

Momento di inerzia $I_n = \int r^2 dm$

Teorema degli assi paralleli $I_{n'} = I_o + Md^2$ d distanza $\hat{n}$-$\hat{n}'$ ($\hat{n}$ deve contenere il centro di massa)

Di asta omogenea attorno a un estremo $I = \frac{1}{3}ML^2$

Di asta omogenea $I = \frac{1}{12}ML^2$

Di asta attorno al centro di massa $I = \frac{1}{12}ML^2$

Di lamina omogenea attorno a un lato $I = \frac{1}{3}MQ^2$

Di lamina attorno al centro di massa $I = \frac{1}{12}MQ^2$

Di lamina con asse $\perp$ al piano $I = \frac{1}{12}M(Q^2+b^2)$

Di cilindro omogeneo rispetto al suo asse (disco) $I = \frac{1}{2}MR^2$

MOMENTO DI UNA FORZA

Momento della forza $\vec{M}_o = \vec{r} \wedge \vec{F}$ prodotto vettoriale $a \wedge b = ab\sin\theta$

Relazione $M = I\alpha$

MOMENTO ANGOLARE (DELLA QTA' DI MOTO)

Momento della quantità di moto $\vec{L}_o = \vec{r} \wedge \vec{p}$

Relazione $L = I\omega$ Se l'asse di rotazione passa per cm
Se l'asse di rotazione è anche asse di simmetria

PRINCIPI DI CONSERVAZIONE

Conservazione del momento angolare $\vec{M}_o^{EXT} = \frac{d}{dt}\vec{L}_o$

Vanno scelti F^{EXT} non compiono momento

Se $\vec{M}^{EXT} = 0 \Rightarrow \vec{L}_o = COST$

EQUAZIONI CARDINALI DELLA MECCANICA

Prima cardinale $M\vec{A}_{CM} = \vec{F}_{TOT}^{EXT}$

$\frac{d}{dt} M\vec{V}_{CM} = \frac{d}{dt}\vec{P}_{TOT} = \vec{F}_{TOT}^{EXT}$ Se sist. isolato $\vec{F}_{TOT}^{EXT} = 0 \Rightarrow \vec{P}_{TOT} = COST$

Seconda cardinale $\vec{M}_{O\,(CM)}^{EXT} = \frac{d}{dt}\vec{L}_o$

MOTO DI PURO ROTOLAMENTO

Velocità orizzontale di un punto sull'asse $v_{ox}(t) = \omega(t)\,R$ anche in cui compie un moto di rotazione intorno all'asse istantaneo (no centro della circonferenza)

Energia cinetica $K(t) = \frac{1}{2} I_p \omega^2(t)$ I_p momento di inerzia rispetto all'asse istantaneo di rotazione (passante per il punto di contatto)

MOTO ARMONICO

Legge $z(t) = A\cos(\omega t + \phi)$ Energia $E = \frac{1}{2}kA^2$

Pulsazione $\omega^2 = k/m$

Periodo $T = 2\pi/\omega$

Frequenza $f = 1/T$

PENDOLO

Pulsazione $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{L}}$

moto armonico, ma condizioni diverse

FORMULARIO - TERMODINAMICA

DILATAZIONE TERMICA

Coeff di dilatazione volumetrica $\beta(T) = \frac{1}{V_i}\frac{dV}{dT}$

Coeff di dilatazione superficiale $\delta(T) = \frac{1}{S_i}\frac{dS}{dT}$ $\quad \delta = 2\alpha$

Coeff di dilatazione lineare $\alpha(T) = \frac{1}{L_i}\frac{dL}{dT}$ $\quad \beta = 3\alpha$

EQUAZIONI DI STATO DEI GAS IDEALI

Legge di Boyle isoterma $PV = COST$ $\quad dE = 0$ $\quad \Delta E = Q - \mathcal{L}$ $\quad Q = \mathcal{L}$

Legge di Charles-Gay-Lussac isobara $\frac{V}{T} = cost$

isocora $\frac{P}{T} = cost$

Legge dei gas perfetti $PV = nRT$

CAPACITA' TERMICA

Capacità termica $C(T) = \frac{dQ}{dT}$ in quanto non è costante

Calore specifico $c_{(T)} = \frac{C(T)}{m}$

Calore specifico molare $c_{(T)} = \frac{C(T)}{n}$

Trasformazione isocora $C_V(T) = \frac{dE^{INT}}{dT}$ $\quad dE = nc_v dT$ $\quad \Delta E = Q - \mathcal{L} = Q$

$dE^{INT} = C_v\, dT$ con $C_v = COST$ ⇔ gas ideale

Trasformazione isobara $c_p = \frac{dQ}{dT}$ $\quad dQ = nc_p dT$ $\quad Q = \Delta E + \mathcal{L}$

solo per gas ideali

$C_p = C_v + nR$

Per un gas monoatomico $C_V = \frac{3}{2}nR$ $\quad C_p = \frac{5}{2}nR$

PRINCIPI DELLA TERMODINAMICA

Equivalenza calore - lavoro $Q = \mathcal{L}_{i\to f}^{A\to B} = \Delta E^{INT}$

Lavoro $\mathcal{L} = \int_{V_i}^{V_F} P\,dV$ quando

Trasf. isobara quasi-statica $\mathcal{L} = P(V_F - V_i)$

Trasf. isocora quasi-statica $\mathcal{L} = 0$

Trasf. isoterma quasi-statica $\mathcal{L} = nRT \ln\frac{V_F}{V_i}$

vale qualsiasi trasformazione quasi-statica

Primo principio $\Delta E^{INT} = Q - \mathcal{L}$

$Q > 0$ entra nel sistema
$Q < 0$ esce dal sistema
$\mathcal{L} > 0$ fatto dal sistema
$\mathcal{L} < 0$ subito dal sistema

TRASFORMAZIONI ADIABATICHE

Calore $Q = 0$ non c'è scambio tra sist e ambiente

Equivalenza $\Delta E^{INT} = -\mathcal{L}$

Trasf. adiabatiche quasi-statiche $TV^{\gamma-1} = cost$ $\quad PV^{\gamma} = cost$ $\quad \gamma = \frac{c_p}{c_v}$ nei gas ideali