# MECCANICA: DEI PUNTI MATERIALI

## • Cinematica: → conosco $a(t)$, $v_0$, $x_0$

integro 2 volte rispetto al tempo (se a è costante) e ottengo la legge oraria generale

### - MOTO RETTILINEO UNIFORME

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot (t - t_0)$$

TRAIETTORIA: retta
Velocità: costante $= \frac{d}{dt} v = 0 \Rightarrow a(t) = 0$
accelerazione: nulla

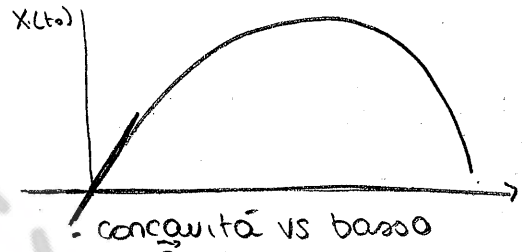
### - MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t)\,(t - t_0)^2$$

traiettoria: retta
accelerazione = COSTANTE in tutti i punti!

caso particolare: CADUTA GRAVE
h MAX: $v_y = 0$ $t_h = \frac{v_y}{=0} = v_{0y} - gt$
X MAX: $y_t = 0$ ...

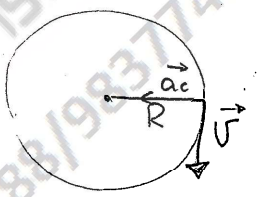
es




- concavità vs basso $\vec{a} < 0$
- concavità vs alto $\vec{a} > 0$
- retta tangente al grafico $\vec{v}$ istantanea in quel punto

### - MOTO CIRCOLARE UNIFORME

traiettoria: circonferenza
velocità: TANGENTE alla CIRCONFERENZA
COSTANTE (in modulo)
accelerazione: costante
centripeta e RADIALE




$$|\vec{v}| = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{costante} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{v}{R} \quad \text{costante} \qquad |\vec{a_c}| = \frac{v^2}{R} \rightarrow \text{costante}$$

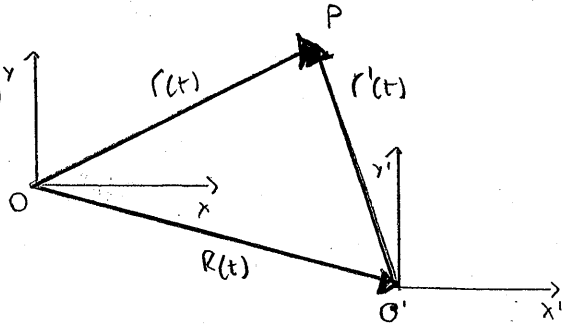
### - MOTO CIRCOLARE VARIO

traiettoria: circonferenza
velocità: TANGENTE alla circonferenza
NON COSTANTE
accelerazione: CENTRIPETA (non costante)
TANGENTE

$$|\vec{a_c}| = \frac{v^2(t)}{R} \qquad |\vec{a_t}| = \frac{d}{dt}\vec{v}(t)$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

### - MOTI RELATIVI (i 2 sistemi si muovono con qualunque traiettoria ma senza mai cambiare orientamento assi.)




- $\vec{r}'(t) + \vec{R}(t) = \vec{r}(t)$
- $\vec{v}'(t) + \vec{V}(t) = \vec{v}(t)$
- $\vec{a}'(t) + \vec{A}(t) = \vec{a}(t)$

# • Dinamica

- 1° LEGGE di NEWTON: in assenza di F esterne, un corpo preserva lo STATO di quiete o MOTO REtt. UNIF.

- SISTEMA INERZIALE: sistema dove vale il 1° principio
  un sistema che si muove di MOTO RETT. UNIF o è fermo rispetto ad un sistema inerziale

$\vec{F}=0 \rightarrow m\vec{a}=0$

$\vec{a}=0$

$v=0$ / $v\neq 0$ ma costante

- 2° LEGGE di NEWTON $\vec{F}=m\vec{a}$
  causa — effetto

m, la massa di un corpo è l'espressione della inerzia!

$F = N = kg \cdot m/s^2$

F: $+m \rightarrow -a$

F: $-m \rightarrow +a$

$$\vec{F} = m\frac{d}{dt}\vec{v}(t) = m\frac{d^2}{dt^2}\vec{r}(t)$$

- PRINCIPIO di AZIONE - REAZIONE: se un corpo esercita su un altro una forza, quest'ultimo ne esercita un'altra uguale e contraria

$\vec{F}_{1,2}$ e $\vec{F}_{2,1}$ hanno:
- stesso modulo
- stessa direzione (congiungente dei 2 corpi)
- verso opposto
- diverso punto di applicazione (↓ su (1), ↑ su (2))

- ATTRITO STATICO, DINAMICO, VISCOSO

$\vec{F}_s = \mu_s |\vec{N}|$ (↓) $\quad \vec{F}_d = \mu_d |\vec{N}| \quad \vec{F}_v = -\gamma\vec{v}$ → velocità relativa

$\mu_d < \mu_s$

- FORZA ELASTICA: LEGGE di HOOKE

$\vec{F}_{elastica} = -K|l - l_0|$ → forza di RIPRISTINO

$l_0$ lunghezza di riposo

- LAVORO di $dL = \vec{F}\cdot\Delta\vec{s}$ se $\vec{F}$ cost. [L è uno SCALARE]

prodotto scalare → $F\cdot\Delta s\cos\theta$ (angolo compreso)

[N][m] / $kg\cdot m^2/s^2$

se F non è costante considero spostamenti infinitesimi

$$dL = \vec{F}\cdot d\vec{s} \rightarrow L = \int \vec{F}\cdot d\vec{s}$$

! se $\vec{F}\perp d\vec{s} \rightarrow L = 0$

L>0 lavoro motore
L<0 lavoro resistente

- FORZE CONSERVATIVE e NON CONSERVATIVE

| FORZE CONSERVATIVE | FORZE NON CONSERVATIVE |
|---|---|
| lavoro non dipende dalla traiettoria | lavoro dipende dalla traiettoria |
| - forza peso<br>- forza elastica | - forza d'attrito statico e dinamico |

POTENZA

$$P = \frac{dL}{dt} = \frac{d\vec{F}\cdot d\vec{s}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

$[J/s] = N/m\cdot s$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

## LAVORO della FORZA PESO

$\vec{F} = m\vec{g}$ $\quad L_{i\to f} = \int_i^f dL = \int_i^f m\vec{g}\cdot d\vec{s} = m\vec{g}\cdot\int_i^f d\vec{s} = mg(\vec{r}_f - \vec{r}_i)$

il lavoro della f. peso non dipende dalla traiettoria ma solo dalla posizione iniziale e finale

## LAVORO della FORZA ELASTICA

$\vec{F} = -k|l-l_0|$ $\quad L_{i\to f} = \int_i^f dL = \int_i^f \vec{F}\cdot d\vec{s} = \int_i^f -k(x-l_0)d\vec{x} = -k\int_i^f (x-l_0)dx =$

$$L = -\frac{k}{2}\left[(l_1-l_0)^2 - (l_f-l_0)^2\right]$$

$l_1$: lungh. iniziale; $l_f$: lungh. finale; $l_0$: lunghezza a riposo

→ anche qui conta SOLO POSIZIONE INIZIALE POSIZIONE FINALE

## TEOREMA FORZE VIVE

$dL = \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)\right]$ → $dL = \frac{d}{dt}K$ → energia cinetica

$$\int_i^f dL = \int_{t_i}^{t_f} \frac{1}{2}m\frac{d}{dt}v_{(t)}^2 dt = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$L = \Delta K$ → il lavoro è uguale alla variazione di energia cinetica

x punto materiale → vale sempre (sia x f conservative che non conservative)

ENERGIA POTENZIALE funzione associata solo a F CONSERVATIVE
dipende solo dalla POSIZIONE
viene definita la differenza, ma il valore esatto!

- x forza peso: $dL = L_{i\to f} = U_i - U_f$ $\quad U(\vec{r}) = \int \vec{F}\cdot d\vec{s}$

$$L_{i\to f} = mgh_i + cost - mgh_f + cost = mg(h_i - h_f)$$

- x forza elastica $L_{i\to f} = U_i - U_f$

$$L_{i\to f} = \frac{1}{2}k(l_1-l_0)^2 - \frac{1}{2}k(l_f-l_0)^2 = \frac{1}{2}k(l-l_0)^2$$

master COSY COPISTERIA 050/8837745 388/9837745

LAVORO dell'ATTRITO STATICO = 0 → $\vec{x}\,\vec{x}\,d\vec{s} = 0$

## LAVORO dell'ATTRITO DINAMICO

$$L = \int_i^f \mu_d \underbrace{mg}_{N}\, d\vec{s} = \mu_d \int_i^f |N|\,|ds| \cos\theta = -\mu_d mg \int_i^f |ds| = -\mu_d mg\,|ds|$$

($\theta = \pi$, $\cos\theta = -1$; $|N| = mg$; $|ds|$ = modulo della lunghezza della traiettoria)

! in + dimensioni

$$F_x = -\frac{\partial}{\partial x} U(x,y,z)$$
$$F_y = -\frac{\partial}{\partial y} U(x,y,z)$$
$$F_z = -\frac{\partial}{\partial z} U(x,y,z)$$

} conoscendo U posso ricavare la forza

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

## ENERGIA MECCANICA

[En mecc è uno SCALARE]

$$\begin{cases} L_{TOT} = L_{FC} + L_{FNC} = \Delta K \\ \quad L_{forze\ conservative} \quad L_{forze\ non\ conservative} \\ L_{FC} = U_i - U_f \end{cases} \rightarrow L_{FNC} = K_f - K_i + U_f - U_i$$

$$L_{FNC} = K_f + U_f - (K_i - U_i)$$

$K_f + U_f$ = energia meccanica finale $E_f$ ; $K_i - U_i$ = energia meccanica iniziale $E_i$

! ● in assenza di Forze non conservative
● o in presenza di Forze non conservative ma che NON compiono LAVORO

$\rightarrow L_{NC} = 0 \Rightarrow$ energia meccanica si conserva!

$$E_f = E_i$$
$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

(dove $U_f$ è l'energia potenziale della forza peso della forza elastica)

## QUANTITÀ di MOTO

[$\vec{P}$ è un VETTORE]

$\vec{F}_1, \vec{F}_2 \rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \rightarrow d\vec{F}_{TOT} = \vec{P}_{TOT} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$ (derivate accelerazione)

$$\Rightarrow \vec{F}_{TOT} = \frac{d}{dt}\vec{P}_{TOT} = \frac{d}{dt}[m\vec{v}] = m\frac{d}{dt}\vec{v} = m\vec{a} = \vec{F}$$

se $\frac{d}{dt}\vec{P}_{TOT} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{TOT} = 0$

($\vec{P}_{TOT}$ si CONSERVA!) tipico di un SISTEMA ISOLATO

! se siamo in 1 SISTEMA ISOLATO → quantità di moto si conserva!
(non si perde del fatto che le f sono conservative o non)

In un SISTEMA non ISOLATO: la $\vec{P}$ non si conserva!

MA: se trovo una DIREZIONE (COSTANTE nel tempo) in cui $\vec{F}_{TOT}$ non ha proiezioni → $(\vec{F} \cdot \hat{m}) \rightarrow$ lungo $\hat{m} \Rightarrow \vec{P}$ si conserva!

## IMPULSO di una forza [$\vec{I}$ è un VETTORE]

$$\left.\begin{cases} \vec{F} = m\vec{a} = m\dfrac{d\vec{v}}{dt} \\ \vec{F} = \dfrac{d}{dt}\vec{P} \end{cases}\right\} \Rightarrow \vec{I}_{(t_1,t_2)} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t')\,dt' \Rightarrow \vec{P}_{(t_2)} - \vec{P}_{(t_1)} = \Delta\vec{P} = \vec{I}$$

integrale definito della forza rispetto al tempo

TEOREMA dell'IMPULSO

impulso è la differenza vettoriale della quantità di moto !

1. forze non impulsive $\lim_{\varepsilon \to 0} I(t_0-\varepsilon, t_0+\varepsilon) = 0$ (impulso calcolato x tempi infinitesimi) $\Rightarrow$ NON VARIA la QUANTITÀ di MOTO!

[se una F ha MODULO FINITO non è IMPULSIVA]
(ma ci sono f non impulsive anche MODULO non finito]

[forza peso
forza elastica
attrito dinamico]

2. forze impulsive $\lim_{\varepsilon \to 0} I(t_0-\varepsilon, t_0+\varepsilon) \neq 0$ (area impulso diverso da 0 anche in tempi brevi)

↳ sicuramente sarà una forza con modulo infinito

MASTER COPY
Tel. 050 031126
Cell. 388 9837745

in un grafico F(t) / t: l'impulso è indicato dall'Area Sottostante al GRAFICO!

**URTI** interazione di durata infinitesimale tra 2 SISTEMI

[in un sistema ISOLATO, la quantità di moto non varia nemmeno dopo l'urto]

- Il Sistema ISOLATO: $\vec{P}_{TOT}$ si conserva → dopo l'urto variano $\vec{p}_{(1)_i}$ e $\vec{p}_{(2)_i}$

$$\begin{cases} \vec{P}_{TOT_1} = \vec{p}_{(1)_i} + \vec{p}_{(2)_i} \\ \vec{P}_{TOT_2} = \vec{p}_{(1)_f} + \vec{p}_{(2)_f} \end{cases} \Rightarrow \vec{P}_{TOT(1)} = \vec{P}_{TOT(2)} \Rightarrow \vec{P}(t_0-\varepsilon) = \vec{P}(t_0+\varepsilon)$$

$\vec{p}_{(1)_f}$ $\vec{p}_{(2)_f}$

- Il Sistema non ISOLATO → se le $\vec{F}_{esterne}$ che agiscono sul sistema sono NON IMPULSIVE

$\vec{P}$ si conserva per dt infinitesimali (intorno all'urto)

$\vec{P}(t_0-\varepsilon) = \vec{P}(t_0+\varepsilon)$

→ se le $\vec{F}_{esterne}$ che agiscono sul sistema sono IMPULSIVE

$\vec{P}$ non si conserva nemmeno per dt infinitesimali

ci sono vari tipi di urto:

**URTO ELASTICO**
En meccanica si conserva
$E(t_0-\varepsilon) = E(t_0+\varepsilon)$

**URTO ANELASTICO**
En mecc NON si conserva

**URTO COMPLETAMENTE ANELASTICO**
i 2 corpi diventano 1 unico corpo
hanno la STESSA VELOCITÀ

$$\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}_{01} + m_2\vec{v}_{02}}{m_1 + m_2}$$