APPENDICE

pg | ARGOMENTO/1

-CAP. 1 Teorema degli insiemi

1| Def. insieme; Operazioni; Insiemi numerici

2| Funzioni; Strutture algebrica

-CAP. 2 Spazi vettoriali

4| Introduzione; Spazi Vettoriali

5| Indipendenza lineare

6| Sottospazi

-CAP. 3 Matrici

8| Generalità sulle matrici

9| Prodotto fra matrici; Anello matrici quadrate

-CAP. 4 Sistemi lineari

11| Introduzione; Risoluzione di un sistema lineare

12| Algoritmo per l'eliminazione di Gauss

13| Sistemi omogenei; Rango della matrice

-CAP. 5 Applicazioni lineari

14| Introduzione

15| Nucleo e immagine; iniettività e suriettività

17| Applicazioni lineari e matrici

18| Cambiamenti di base; matrici invertibile

-CAP. 6 Il determinante

19| Introduzione; Il Determinante

20| Proprietà del determinante

23| Calcolo dell'inversa; regola di Cramer

-CAP. 7 Autovalori e Autovettori

25| Autovalori, autovettori, autospazi; Ricerca degli autovalori

26| Endomorfismi semplici e diagonalizzazione.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

-CAP. 8 Spazi Euclidei

8|1 Prodotto scalare e spazi euclidei; Norma e ortogonalità

8|2 Basi ortonormali

8|3 Isometrie

-CAP. 9 Geometria Analitica nello spazio

9|1 Introduzione; piani nello spazio

9|5 Rette nello spazio

9|11 Prodotto vettoriale

-APP. A Numeri complessi

A|1 Introduzione; Rappresentazione cartesiana e algebrica

A|3 Rappresentazione trigonometrica

A|4 Rappresentazione esponenziale

-APP. B Coniche e quadratiche

B|1 Coniche

B|6 Quadratiche

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 98377745

RIASSUNTO LIBRO "Algebra lineare e Geometria Analitica"

ALESSANDRA B., ALESSANDRO G.

CAP. 1 : Teoria degli insiemi

- INSIEME: "collezione di oggetti (idea intuitiva)

l'insieme resta definito se fissato U ("universo"), enunciando una proprietà, si può dire che gli elementi di U appartengono o no all'insieme.

INSIEME VUOTO (non contiene nessun elemento) = $\emptyset$ (simbolo insieme vuoto)

SOTTOINSIEME: B contenuto in A, si può dire anche B sottoinsieme di A e si indica $B \subset A$ (ogni elemento di B è in A)

- OPERAZIONI

INTERSEZIONE $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$

UNIONE $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ o } x \in B\}$

SOTTRAZIONE $A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$

PRODOTTO $A \times B = \{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}$ (coppie ordinate)

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

- INSIEMI NUMERICI

$\mathbb{N}$ (naturali) $= \{0, 1, 2, \dots\}$

$\cap$

$\mathbb{Z}$ (interi) $= \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}$

$\cap$

$\mathbb{Q}$ (razionali) $= \{\dots, -2, \dots, -\frac{3}{2}, \dots, 0, \dots\}$

$\cap$

$\mathbb{R}$ (reali) $= \{\dots, -\sqrt{2}, \dots, 0, \dots, \sqrt{2}, \dots\}$

PRINCIPIO INDUZIONE

Sia P una proprietà che ha senso per numeri $n \in \mathbb{N}$, allora se valgono:

1) la P vale per lo 0;
2) quando la P vale per n, allora vale anche per $n+1$

si ha che P vale $\forall n \in \mathbb{N}$

Un'altro modo di enunciare lo stesso principio può esprimersi così:

Sia $A \subset \mathbb{N}$, allora se valgono:

- 1) $0 \in A$
- 2) quando $n \in A$, allora anche per $n+1 \in A$ ...

» si ha la $A = \mathbb{N}$

• FUNZIONI

Dato due insiemi A e B, si dice funzione da A a B, una legge che a ogni elemento dell'insieme A associa uno e uno solo elemento dell'insieme B. In genere le funzioni si indicano con la lettera minuscola; per indicare che f è una funzione da A a B si scriverà:

$$f : A \to B$$

la funzione f associa all'elemento $a \in A$, l'elemento $b \in B$

- si può definire la funzione id_A, detta identità su A, tale che $\forall a \in A$, $id_A(a) = a$

• Se abbiamo due funzioni $f : A \to B$ e $g : B \to C$ allora si può definire la funzione $g \circ f : A \to C$ detta composizione di g e f, $\forall a \in A$:

$$(g \circ f)(a) = g(f(a))$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

• Una funzione $f : A \to B$ si dice iniettiva se $\forall a_1, a_2 \in A$, $a_1 \neq a_2$ implica $f(a_1) \neq f(a_2)$.

• Una funzione $f : A \to B$ si dice suriettiva se $\forall b \in B$, $\exists a \in A$ tale che $f(a) = b$.

• Una funzione $f : A \to B$ si dice biiettiva se è suriettiva e biiettiva.

Se è biiettiva esiste l'inversa della funzione $f^{-1} : B \to A$ tale che $f^{-1}(ab) = b$ quindi $f \circ f^{-1} = id_B$ e $f^{-1} \circ f = id_A$

• STRUTTURE ALGEBRICHE

Si dirà operazione su di un insieme A una qualsiasi funzione definita $A \times A \to A$, e la coppia $(A, *)$ si dirà struttura algebrica

« Una struttura algebrica $(A, *)$ (ove $*$ è una qualsiasi operazione in A) si dice gruppo commutativo se verifica le seguenti proprietà:

1) L'operazione è associativa:

$$\forall a,b,c \in A : a*(b*c) = (a*b)*c$$

2) Esiste l'elemento neutro; cioè $\exists\, u_A \in A$, tale che:

$$u_A * a = a * u_A = a \; ; \forall a \in A$$

3) Esiste l'inverso rispetto a "$*$"; cioè:

$$\forall a \in A, \exists a^1 \in A \text{ con } a^1 * a = a * a^1 = u_A$$

4) Commutatività: $a, b \in A$

$$a * b = b * a \quad \gg$$

Una struttura $(A, \oplus, \otimes)$ si dice anello se valgono:

5) $(A, \oplus)$ è un gruppo commutativo

6) In A esiste un elemento neutro rispetto a $\otimes$, cioè un elemento u tale che, per ogni $a \in A$ si abbia: $a \otimes u = u \otimes a = a$

7) L'operazione $\otimes$ è associativa, cioè per ogni $a, b, c \in A$ si ha:
$a \otimes [b \otimes c] = (a \otimes b) \otimes c$

8) L'operazione $\otimes$ è distributiva, rispetto a $\oplus$, cioè per ogni $a, b, c \in A$ si ha: $a \otimes (b \oplus c) = (a \otimes b) \oplus (a \otimes c)$

Se inoltre:

9) la $\otimes$ è commutativa, cioè per ogni $a, b \in A$ si ha: $a \otimes b = b \otimes a$
$(A, \oplus, \otimes)$ si dice anello commutativo

Se poi:

10) esiste l'inverso rispetto a $\otimes$, cioè per ogni $a \in A$, $a \neq 0_A$, esiste $a^{-1} \in A$ tale che $a \otimes a^{-1} = u$
allora $(A, \oplus, \otimes)$ è un campo

$\mathbb{N}(\oplus, \otimes)$ anello
$\mathbb{Z}(\oplus, \otimes)$ anello comm.
$\mathbb{Q}(\oplus, \otimes)$ campo
$\mathbb{R}(\oplus, \otimes)$ campo

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745