

APPUNTI DI

ALGEBRA LINEARE

Prof. Longo

A cura di Andrea R.



MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Anno Accademico 2016 - 2017

PREMESSA

Ciao,

I seguenti appunti sono stati creati dal sottoscritto per la preparazione dell'esame di Algebra Lineare, secondo le modalità d'esame del Professor Longo. In questa raccolta non sono presenti le spiegazioni di ogni lezione, né ogni singolo esercizio.

Questi appunti contengono tutto ciò che serve per superare brillantemente l'esame in questione, solo se affiancati da uno studio precedente, come seguire il corso del professore e/o leggere le sue dispense. Sono presenti infatti tutte le definizioni, le proprietà, tutti i teoremi con relative dimostrazioni e una sezione dedicata allo svolgimento degli esercizi più ricorrenti nella prova scritta dell'esame. Il tutto è molto conciso e mirato alla preparazione e al superamento dell'esame, ma efficace solo se si ha già un'idea degli argomenti che verranno trattati.

*Ti auguro un buono studio,
Andrea R.*



DEFINIZIONI

Lo spazio euclideo \mathbb{R}^n

1. L'insieme \mathbb{R}^n
2. Vettore di \mathbb{R}^n
3. Componente di un vettore
4. Somma di vettori
5. Vettori uguali
6. Multiplo di un vettore, prodotto per uno scalare
7. Vettore nullo
8. Opposto di un vettore
9. Differenza tra vettori
10. Norma di un vettore
11. Versore
12. Distanza in \mathbb{R}^n
13. Sfera
14. Prodotto scalare in \mathbb{R}^n
15. Vettori ortogonali
16. Coseno di un angolo in \mathbb{R}^n
17. Proiezione
18. Prodotto vettore in \mathbb{R}^3
19. Spazio euclideo
20. Spazio vettoriale
21. Sottospazio affine
22. Spazio affine
23. Lunghezza di un vettore
24. Dimensione di uno spazio vettoriale
25. Spazio di dimensione finita
26. Sottospazio affine (2)
27. Spazio \mathbb{C}^n

Proiezione negli spazi euclidei

28. Proiezione di u nella direzione di v
29. Sistema ortogonale
30. Sistema ortonormale
31. Proiezione su sottospazi
32. Complemento ortogonale
33. Dipendenza lineare
34. Indipendenza lineare
35. Combinazione lineare
36. Base
37. Somma diretta
38. Base canonica
39. Span

Matrici

40. Matrice
41. Somma di matrici
42. Prodotto tra una matrice e uno scalare
43. Matrice nulla
44. Matrice opposta

MASTER COPY

Tel. 050 8312126

Cell. 388 9837745

master
COPY
COPISTERIA
050/8312126 388/9837745

45. Matrice quadrata
46. Matrice diagonale
47. Matrice triangolare (superiore)
48. Vettore colonna
49. Vettore riga
50. Matrice identica
51. Matrice (minore) estratta o sottomatrice
52. Prodotto tra matrici
53. Matrice invertibile
54. Matrice trasposta
55. Matrice aggiunta
56. Matrice autoaggiunta
57. Singolarità e regolarità
58. Rango
59. Determinante

Applicazioni lineari

60. Applicazione lineare
61. Applicazione lineare iniettiva
62. Applicazione lineare suriettiva
63. Applicazione lineare biiettiva
64. Nucleo
65. Applicazione lineare inversa
66. Isomorfismo canonico
67. Matrice associata
68. Applicazione bilineare
69. Matrice associata ad un'applicazione lineare
70. Matrice di cambio di base

Teoria spettrale

71. Forma quadratica
72. Diagonalizzabilità
73. Autovalore, autovettore e autospazio
74. Spettro
75. Operatore diagonalizzabile
76. Equazione caratteristica
77. Polinomio caratteristico
78. Esponenziale complesso
79. Derivata
80. Operatore autoaggiunto
81. Molteplicità algebrica di un autovalore
82. Molteplicità geometrica di un autovalore
83. Base spettrale
84. Autovalore (definizione matematica)
85. Autovettore (definizione matematica)
86. Autospazio (definizione matematica)
87. Spettro (definizione matematica)

LO SPAZIO EUCLIDEO \mathbb{R}^n

dalla Dispensa
prof. Longo

1. L'INSIEME \mathbb{R}^n

Fissato un generico intero n , si denoterà con \mathbb{R}^n l'insieme delle n -uple ordinate di numeri reali.
L'intero n si dirà "dimensione" di \mathbb{R}^n

2. VETTORE DI \mathbb{R}^n

$$\mathbb{R}^n \equiv \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}\}$$

3. COMPONENTE DI UN VETTORE

Dato $x \in \mathbb{R}^n$, con $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, il numero reale x_i è detto i -esima componente del vettore x

4. SOMMA DI VETTORI

Dati due punti in \mathbb{R}^n , si definisce la loro somma come il vettore che ha per componenti la somma delle loro componenti corrispondenti

$$\forall x, y \in \mathbb{R}^n \quad x + y \equiv (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$$

5. VETTORI UGUALI

Si dirà che due vettori in \mathbb{R}^n sono uguali se e solo se hanno le componenti corrispondenti uguali

$$\forall x, y \in \mathbb{R}^n, \quad x = y \iff \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad x_i = y_i$$

6. MULTIPLO DI UN VETTORE, PRODOTTO PER UNO SCALARE

Dati un punto di \mathbb{R}^n e un numero reale, si definisce il suo multiplo secondo il numero come un vettore che ha per componenti i prodotti del numero per le componenti iniziali del punto.

$$\forall x \in \mathbb{R}^n, \quad \forall \lambda \in \mathbb{R} \quad \lambda x = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$$

7. VETTORE NULLO

In ogni spazio \mathbb{R}^n , si denoterà con O il vettore che ha tutte le componenti nulle. Verrà anche detto "vettore nullo"