MATEMATICA

SIMBOLI

- $\forall$ → PER OGNI = LA PROPRIETÀ VALE PER TUTTI GLI ELEMENTI
- $\exists$ → ESISTE = LA PROPRIETÀ VALE PER ALMENO UN ELEMENTO
- $\not\forall$ → NON PER OGNI = ESISTE ALMENO UN ELEMENTO PER CUI NON VALE LA PROPRIETÀ

es. NON OGNI STUDENTE HA I CAPELLI BIONDI = ESISTE ALMENO UNO STUDENTE NON BIONDO $\quad \not\forall \exists$

- $\not\exists$ → NON ESISTE = LA PROPRIETÀ NON VALE PER NESSUN ELEMENTO

es. NON ESISTE NESSUNO STUDENTE STRANIERO = TUTTI GLI STUDENTI NON SONO STRANIERI $\quad \not\exists \forall$

- $\Rightarrow$ → IMPLICA, LEGA DUE FRASI LOGICHE

$A \Rightarrow B$ = A IMPLICA B

È UN TEOREMA: SE SO CHE È VERA A, ALLORA È VERA ANCHE B PER DEDUZIONE LOGICA QUINDI HO DIMOSTRATO IL TEOREMA

IPOTESI $\Rightarrow$ TESI

SE È VERA POSSO DIMOSTRARE IL TEOREMA MA NON SEMPRE VALE IL CONTRARIO

- $\Leftrightarrow$ → SE E SOLO SE

$A \Leftrightarrow B$ = A SE E SOLO SE ... IMPLICA B

SONO DUE TEOREMI: UNO HA PER IPOTESI A ($A \Rightarrow B$) E L'ALTRO HA PER IPOTESI B ($B \Rightarrow A$). A E B SONO EQUIVALENTI PERCHÉ ANCHE SE SONO DIVERSE, CARATTERIZZANO GLI STESSI OGGETTI. CONDIZIONE NECESSARIA E SUFFICIENTE PERCHÉ SIA VERA A, È CHE SIA VERA B.

es. T È UN TRIANGOLO (NON È L'IPOTESI, È L'AMBIENTE DOVE LAVORO)

T È EQUILATERO $\Leftrightarrow$ T È EQUIANGOLO (LE 2 FRASI SONO EQUIVALENTI PERCHÉ SE T È EQUILATERO È ANCHE EQUIANGOLO E VICEVERSA)

CONDIZIONE NECESSARIA ① E SUFFICIENTE ②: AFFINCHÉ T SIA EQUILATERO È CHE SIA EQUIANGOLO

CONDIZIONE NECESSARIA: T È EQUILATERO $\Rightarrow$ T È EQUIANGOLO

AFFINCHÉ T SIA EQUILATERO, È NECESSARIO CHE SIA EQUIANGOLO

CONDIZIONE SUFFICIENTE: T È EQUILATERO $\Leftarrow$ T È EQUIANGOLO

AFFINCHÉ T SIA EQUILATERO, È SUFFICIENTE CHE SIA EQUIANGOLO

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

GLI INSIEMI

QUELLO DI INSIEME È UN CONCETTO PRIMITIVO PERCHÉ NON C'È UNA VERA E PROPRIA DEFINIZIONE PER DESCRIVERLO. INDICATIVAMENTE È UN RAGGRUPPAMENTO DI ELEMENTI, TALVOLTA SCELTI SECONDO UN CRITERIO. UN INSIEME SI INDICA CON LA LETTERA MAIUSCOLA E I SUOI ELEMENTI CON LA MINUSCOLA:

$x \in X \rightarrow$ L'ELEMENTO x APPARTIENE ALL'INSIEME X

$x \notin X \rightarrow$ L'ELEMENTO x NON APPARTIENE ALL'INSIEME X

GLI INSIEMI SI POSSONO DESCRIVERE PER:

CARATTERISTICA: DIRE LA PROPRIETÀ COMUNE A TUTTI GLI ELEMENTI

$X = \{x / x$ È UNO STUDENTE DI CTF DEL 1° ANNO$\}$

ELENCAZIONE: ELENCARE TUTTI GLI ELEMENTI PERCHÉ NON HANNO PROPRIETÀ IN COMUNE

$X = \{1, \text{SEDIA}, \text{TV}\}$

PRIMA DI DESCRIVERE UN INSIEME È NECESSARIO SCEGLIERE L'INSIEME DOVE SI LAVORA CHE È DETTO **INSIEME AMBIENTE O UNIVERSO**:

$H = \{$TUTTI GLI STUDENTI DI PISA$\}$

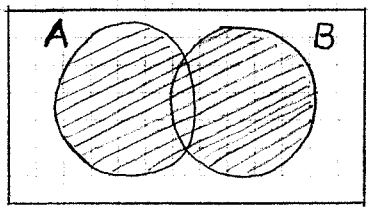
$X = \{x \in H / x$ È AL 1° ANNO DI CTF A PISA$\}$

I SOTTOINSIEMI

DATO X L'UNIVERSO, $A \subseteq X$ (È CONTENUTO) se $\forall a \in A \Rightarrow a \in X$ OVVERO A È SOTTOINSIEME DI X SE PER OGNI a APPARTENENTE AD A, SI HA CHE a APPARTIENE AD X, CIOÈ TUTTI GLI ELEMENTI DI A SONO ANCHE ELEMENTI DI X.

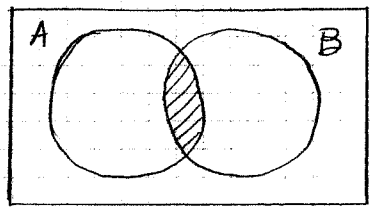
L'INSIEME UNIONE

PRESI DUE SOTTOINSIEMI DELLO STESSO UNIVERSO ($A \subset X$ e $B \subset X$), SI HA CHE $A \cup B = \{x \in X / x \in A$ **E/O** $x \in B\}$, CIOÈ CHE **L'INSIEME UNIONE** È DATO DA TUTTI GLI ELEMENTI DI A E TUTTI QUELLI DI B, PRESI UNA SOLA VOLTA. AFFINCHÉ UN ELEMENTO APPARTENGA A QUELL'UNIONE, BASTA CHE APPARTENGA AD A O A B, E NON NECESSARIAMENTE AD ENTRAMBI



L'INSIEME INTERSEZIONE

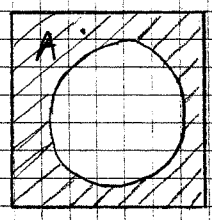
PRESI DUE SOTTOINSIEMI DELLO STESSO UNIVERSO ($A \subset X$ e $B \subset X$), SI HA CHE $A \cap B = \{x \in X / x \in A$ e $x \in B\}$, CIOÈ CHE **L'INSIEME INTERSEZIONE** È DATO DAGLI ELEMENTI CHE APPARTENGONO SIA AD A CHE A B. AFFINCHÉ UN ELEMENTO APPARTENGA ALL'INTERSEZIONE, DEVE NECESSARIAMENTE APPARTENERE SIA AD A CHE A B.



L'INSIEME COMPLEMENTARE

PRESO $A \subset X$, IL SUO **COMPLEMENTARE** È $\underline{C_A = \{x \in X / x \notin A\}}$

OVVERO L'INSIEME FORMATO DAGLI ELEMENTI CHE APPARTENGONO ALL'UNIVERSO MA NON APPARTENGONO AD A.

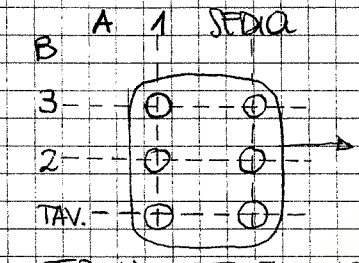


L'INSIEME PRODOTTO

PRESI DUE SOTTOINSIEMI DI X $A \subset X$ E $B \subset X$, L'**INSIEME PRODOTTO** È L'INSIEME $\underline{A \times B = \{(x,y) / x \in A \text{ e } y \in B\}}$, CIOÈ L'INSIEME FORMATO DA TUTTE LE COPPIE ORDINATE x, y IN CUI x PROVIENE DAL PRIMO INSIEME E y PROVIENE DAL SECONDO; È COME LA MOLTIPLICAZIONE TRA POLINOMI.

$A = \{1, \text{SEDIA}\}$ $B = \{3, 2, \text{TAVOLO}\}$

$A \times B = \{(1,3)(1,2)(1,\text{TAVOLO})(\text{SEDIA},3)(\text{SEDIA},2)(\text{SEDIA},\text{TAVOLO})\}$



MASTER COPY
Tel. 388/9837745

- PER L'INSIEME UNIONE, INTERSEZIONE O PRODOTTO NON È IMPORTANTE CONOSCERE L'INSIEME UNIVERSO
- PER L'INSIEME COMPLEMENTARE VA SPECIFICATO L'UNIVERSO SENNÒ È AMBIGUO.

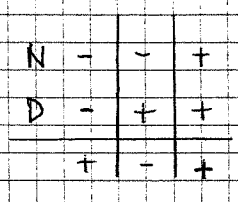
DISEQUAZIONI CON INSIEMI

$(x-1)(x+3) > 0$

CON CUNEO:

$F_1 > 0 \to x > 1$

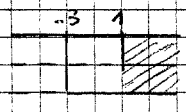
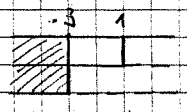
$F_2 > 0 \to x > -3$



$\underline{x < -3 \ \cup \ x > 1}$

CON INSIEMI: IL QUOZIENTE È POSITIVO QUANDO I FATTORI SONO CONCORDI

$\alpha \begin{cases} x-1 > 0 \\ x+3 > 0 \end{cases}$ OPPURE $\beta \begin{cases} x-1 < 0 \\ x+3 < 0 \end{cases}$

$\alpha \begin{cases} x > 1 \\ x > -3 \end{cases}$  $\beta \begin{cases} x < 1 \\ x < -3 \end{cases}$ 

$\alpha = \{x \in \mathbb{R} / x > 1\}$ $\beta = \{x \in \mathbb{R} / x < -3\}$

$\underline{\alpha \cup \beta = \{x \in \mathbb{R} / x > 1\} \cup \{x \in \mathbb{R} / x < -3\} = \{x \in \mathbb{R} / x > 1 \text{ o } x < -3\}}$

INSIEMI DI NUMERI

N: INSIEME DEI NUMERI NATURALI $N = \{0, 1, 2 \ldots\}$ OPERAZIONI CONSENTITE: ADDIZIONE E MOLTIPLICAZIONE

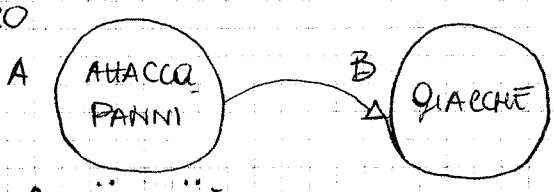
Z: INSIEME DEI NUMERI RELATIVI $Z = \{\ldots -1, 0, 1 \ldots\}$ OPERAZIONI CONSENTITE: ADDIZIONE MOLTIPLICAZIONE E SOTTRAZIONE

Q: INSIEME DEI NUMERI RAZIONALI $Q = \left\{x = \frac{p}{q} \text{ CON } p \text{ e } q \in \mathbb{Z}\right\}$ OPERAZIONI CONSENTITE: TUTTE

L'INSIEME Q COMPRENDE I DECIMALI FINITI E I PERIODICI.

LE FUNZIONI

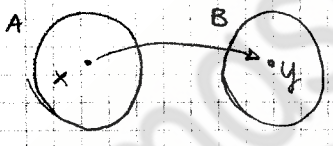
UNA <u>CORRISPONDENZA</u> È UN LEGAME TRA GLI ELEMENTI DI UN INSIEME E QUELLI DI UN ALTRO



LA SCRITTURA $f: A \to B$ È UNA FUNZIONE DA A IN B. UNA **FUNZIONE** È UNA LEGGE CHE ASSOCIA AD UN ELEMENTO DI A UN SOLO ELEMENTO DI B.

PER DEFINIRE UNA FUNZIONE È NECESSARIO CONOSCERE:

- <u>LA LEGGE (f)</u> → L'OPERAZIONE DA FARE
- <u>IL DOMINIO (A)</u> → È L'INSIEME DA CUI PARTE LA FUNZIONE E L'INSIEME IN CUI ESSA ESISTE
- <u>IL CODOMINIO (B)</u> → È L'INSIEME DI ARRIVO DELLA FUNZIONE E L'INSIEME FORMATO DALLE IMMAGINI DEGLI ELEMENTI DEL DOMINIO

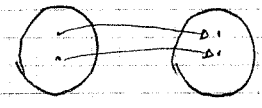


$y = f(x)$

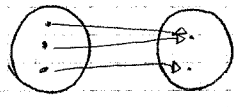
es. $f(x) = x^2$ NON È UNA FUNZIONE PERCHÈ LA LEGGE È ELEVARE AL QUADRATO, $f(x)$ È L'IMMAGINE DI x MA MANCA DI CONOSCERE IL DOMINIO.

LA CORRISPONDENZA ATTACCAPANNI → QUACCA NON È UNA FUNZIONE PERCHÈ AD UN ATTACCAPANNI CI POSSONO ESSERE PIÙ QUACCHE, LA CORRISPONDENZA QUACCA → ATTACCAPANNI È UNA FUNZIONE PERCHÈ UNA QUACCA PUÒ ESSERE APPESA AD UN SOLO ATTACCAPANNI. PRESA UNA FUNZIONE DA A A B, QUESTA PUÒ ESSERE:

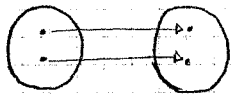
- **INIETTIVA** SE $\forall x_1, x_2 \in A \quad x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$, CIOÈ SE ELEMENTI DIVERSI HANNO IMMAGINI DIVERSE
- **SURIETTIVA** SE $\forall y \in B \; \exists x \in A / f(x) = y$ CIOÈ SE OGNI ELEMENTO DI B È IMMAGINE DI UN ELEMENTO DI A.
- **BIUNIVOCA** SE $\forall y \in B \; \exists$ UNICA (INIETTIVITÀ) $x \in A / f(x) = y$ CIOÈ SE È INIETTIVA E SURIETTIVA. OGNI ELEMENTO DI B DEVE ESSERE IMMAGINE DI UN SOLO ELEMENTO DI A; NELLA SURIETTIVA UN ELEMENTO DI B PUÒ ESSERE IMMAGINE DI PIÙ ELEMENTI DI A.



SI INIETTIVA



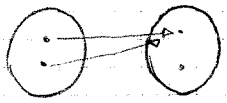
SI SURIETTIVA



BIUNIVOCA



NO INIETTIVA



NO SURIETTIVA

LA FUNZIONE COMPOSTA

LA FUNZIONE COMPOSTA ASSOCIA AD x UN'IMMAGINE MEDIANTE PIÙ PASSAGGI. IL RISULTATO FINALE È LA FUNZIONE COMPOSTA.

PRESE $f: A \to B$ E $g: B \to C$, ABBIAMO CHE:

$$A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C$$

$g \circ f \to$ FUNZIONE COMPOSTA

$$x \xrightarrow{f} y = f(x) \xrightarrow{g} g(y) = g[f(x)]$$

es. $[\cdot]^2: R \to R$ e $[+1]: R \to R$

$$R \xrightarrow{[\cdot]^2} R \xrightarrow{+1} R$$

$$x \to y = x^2 \to y + 1 = x^2 + 1$$

LA FUNZIONE INVERSA

PRESA UNA FUNZIONE BIUNIVOCA, È POSSIBILE APPLICARE LA **FUNZIONE INVERSA**:

$f: A \to B$

$x \to y = f(x)$

$x \leftarrow y$

$\to x = f^{-1}(y)$ È LA FUNZIONE INVERSA $f^{-1}: B \to A$

LA FUNZIONE IDENTICA

$I(x) = x$ È UNA FUNZIONE IDENTICA PERCHÉ RIMANE COSTANTE E SI OTTIENE APPLICANDO AD UNA FUNZIONE LA SUA INVERSA.

$f^{-1} \circ f(x) = f^{-1}(f(x)) = f^{-1}(y) = x$ QUINDI $f^{-1} \circ f(x) = I$

PRESE $f: A \to B$ e $f^{-1}: B \to A$ SI HA CHE

$$A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{f^{-1}} A$$

$$f^{-1} \circ f(x)$$

L'INSIEME DI PARTENZA E ARRIVO DELLA FUNZIONE È IL SOLITO QUINDI VA SPECIFICATO

$\underline{I_A = f^{-1} \circ f(x)}$