## MATRICE INVERSA

condizioni:
- A nxn
- $\det A \neq 0$

rango matrice di incidenza → se connesso il grafo è n−1

$$A^{-1} = \frac{1}{\det} (-1)^{i+j} \det(A_{ji})$$




**n=2**

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \longrightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{d}{\det A} & \frac{-b}{\det A} \\ \frac{-c}{\det A} & \frac{a}{\det A} \end{pmatrix} \qquad \det = da - bc$$

### BASE OTTIMALE

$A_N \bar{x} \leq b_N$

$\bar{c}_{ij} = c_{ij} + \pi_i - \pi_j \neq 0$

DEGENERAZIONE $\pi$ → se $-\pi_i + \pi_j = 0$ $\quad (i,j) \notin T$!!!!

### DIJKSTRA

- soluzione unica → se manca l'* ⇒ allo FINE (se all'ultimo sono indecisa) ORIENTATI
- Problema ammette ottimo finito se i cicli al suo interno hanno costi non negativi → somma i numeri sugli archi di un ciclo orientato
- soluzione ottima del problema duale associato ⇒ $\pi$ !!!

### PROBL. 2

se ho come dati il max di qualcosa (tipo ore max) ⇒ x... + x... ≤ n
altrimenti se ho il Min ⇒ x.... ≥ n

se $\bar{c}_{ij} < 0$ allora non esiste ottimo finito

### FORD-FULKERSON

- per scegliere P → guardo chi ha meno archi
  - ↳ se ci sono più cammini con lo stesso numero di archi vado in ORDINE LESSICO-GRAFICO!




- per esistere una soluz. ammissibile ⇒ flusso x immesso da 1 ≤ flusso max (v finale)

### PRIMALE

- $\bar{x}$ degenere → sostituisco e se è = alla b è degenere solo nelle diseq. non di base
- $\bar{x}$ ottimo ⇒ $\bar{y} \geq 0$
- $\bar{x}$ ammissibile → se non rispetta i vincoli (e quindi Bammiss.)
- OTTIMO FINITO → se regione ammissibile limitata

- se D illimitato inf. ⇒ reg. ammissibile P è vuota

## Es. 3

- unica soluz. ottima → • $\Pi'$ non degenere
  • se $\Pi'$ degenere può non esserlo ] → si sostituisce l'arco che crea la degenerat. e trovo $\theta^+$ e $\theta^-$
  se cambia $c^T x$ allora è unica
- soluz. ottima → se finisce l'algoritmo
- $\Pi'$ degenere se $\Pi'_i - \Pi'_j + c_{ij} = 0$
- $c^T \bar{x}$ → es. $c_{12} \cdot x_{12} + \ldots + c_{ij} x_{ij}$

## DIJKSTRA

- sostituire $u$ a un arco → esame 31/01/2010

## FORD-FULKERSON

- vario le capacità di un arco → è possibile aum. flux max? (esame 31/01/2020)

master COPY

# PROBLEMA PRIMALE

## forma standard

$$P \begin{cases} \max \; c^T x = c_1 x_1 + \ldots + c_n x_n \\ a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \ldots + a_{1n} x_n \leq b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \ldots + a_{2n} x_n \leq b_2 \\ \vdots \\ a_{m1} x_1 + \ldots + a_{mn} x_n \leq b_m \end{cases}$$

## forma compatta

$$P \begin{cases} \max c^T x \\ Ax \leq b \end{cases}$$




## regione ammissibile

$$P = \{ x \in \mathbb{R}^n : Ax \leq b \}$$

# PROBLEMA DUALE

$$D \begin{cases} \min y^T b \\ y^T A = c^T \\ y^T \geq 0 \end{cases}$$

forma compatta

forma standard

$\max y^T b = - \min (-y^T b)$

## regione ammissibile

$$D: \{ y \in \mathbb{R}^m : y^T A = c^T, \; y^T \geq 0 \}$$

# DEGENERAZIONE

**DUALE**

le componenti di $\bar{y}$ che corrispondono alle componenti della base non devono essere $= 0$ altrimenti $\bar{y}$ è degenere

es.

$B = \{1, 3\}$

$\bar{y} = (1, -1, 0)$

DEGENERE → componente 3 è $= 0$

$\bar{y} = (1, 0, 1)$

NON DEGENERE

**PRIMALE**

Sostituisco $\bar{x}$ nelle variabili delle eq. che non appartengono alla base. Se soddisfano le disuguaglianze allora non sono degeneri

es.

$$\begin{cases} \max(2x_1) \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 \leq 4 \\ -x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_2 \leq 4 \end{cases}$$

→ NON PRENDO QUESTE

$B = \{1, 2\}$

$\bar{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\{3, 4\}$ non appartengono a $B$

$$\begin{cases} -4 + 2 \leq 2 \\ 2 \leq 4 \end{cases}$$

VERO → NON DEGENERE

# AMMISSIBILITÀ

## DUALE

le componenti di $\bar{y}$ devono essere $\geq 0$

es.

$\bar{y} = (0, -1, 2, 4)$ NON AMMISSIBILE

$\bar{y} = (1, 0, 3)$ AMMISSIBILE

## PRIMALE

