Indice:

SCHEMI DELLA TEORIA ..... PAG. 1

COMPITI SVOLTI:

- compito del 12/01/2018 ..... PAG. 21
- compito del 11/09/2018 ..... PAG. 39
- compito del 08/06/2018 ..... PAG. 53
- compito del 21/02/2020 ..... PAG. 65

ESAME 1 ..... PAG. 73

ESAME 2 ..... PAG. 76

ESAME 3 ..... PAG. 80

ESAME 4 ..... PAG. 83

master COPY COPISTERIA
master COPY
master COPY COPISTERIA
master COPY

PROBLEMI DI OTTIMIZZAZIONE

Problema di trasporto: minimizzare il costo totale del trasporto

$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = o_i \quad , i = 1, \dots, m \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = d_j \quad , j = 1, \dots, n \\ x_{ij} \geq 0 \quad , i = 1, \dots, m, \; j = 1, \dots, n \end{cases} \longrightarrow \text{se } \sum_{i=1}^{m} o_i = \sum_{j=1}^{n} d_j$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \min c^T x \\ Fx = f \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Problema di produzione: determinare un piano di produzione che massimizzi il profitto

$$\begin{cases} \max c^T x \\ Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Problema della dieta: determinare una dieta di minimo costo che soddisfi l'apporto nutritivo richiesto

$$\begin{cases} \min c^T x \\ Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

master COPY COPISTERIA

Problema di assegnamento: come assegnare i lavori minimizzando il costo

variabili binarie: $x_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ se il lavoratore } i \text{ svolge il lavoro } j \\ 0 \text{ altrimenti} \end{cases}$



$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij} \\ \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \quad , \quad i = 1, \dots, m \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad , \quad j = 1, \dots, n \\ x_{ij} \in \{0,1\} \quad , \quad i = 1, \dots, m, \; j = 1, \dots, n \end{cases}$$

ANALISI CONVESSA

convesso: un sottoinsieme $K \in \mathbb{R}^n$ si dice convesso se per ogni punto $x \in K$ e per ogni $\lambda \geq 0$ si ha $\lambda x \in K$

poliedro: intersezione di un numero finito di semispazi chiusi in $\mathbb{R}^n$
$P = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \leq b\}$

cono poliedrico: insieme ottenuto da disequazioni lineari
$P = \{x \in \mathbb{R}^n : Qx \leq 0\}$

vertice di un poliedro: punto del poliedro che non si può esprimere attraverso combinazioni lineari

direzione di recessione: vettore P tale che: $x + \lambda d = P \quad \forall x \in P, A\lambda \geq 0$

teo. di rappresentazione dei poliedri:

Dati due insiemi $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$, definiamo: $A+B = \{y \in \mathbb{R}^n : y = a+b, a \in A, b \in B\}$

Un insieme $P \subseteq \mathbb{R}^n$ è un poliedro se e solo se esistono un sottoinsieme finito $V = \{v^1, \dots, v^m\}$ di P ed un insieme finito $E = \{e^1, \dots, e^p\} \subseteq \mathbb{R}^n$ tali che:

$$P = \text{conv}(V) + \text{cono}(E)$$

(a). se $vert(P) \neq 0$ allora $V = vert(P)$

(b). $cono(E)$ coincide sempre con l'insieme delle direzioni di recessione $rec(P)$

(c). se P è limitato allora P ammette vertici e $P = conv(vert(P))$

TEORIA PROGRAMMAZIONE LINEARE:

master COPY

<u>teo. fondamentale della programmazione lineare:</u>

consideriamo un problema di PL nella forma: $\max_{x \in P} c^T x$

dove P è un generico poliedro

supponiamo che: (a). il poliedro $P \neq 0$ sia rappresentato come

$$P = conv\{v^1, \dots, v^m\} + cono\{e^1, \dots, e^p\}$$

(b). $\exists$ una costante M tale che $c^T x \leq M$, $\forall x \in P$ (poliedro limitato sup)

Allora il problema avrà <u>valore ottimo finito</u> ed esiste $k \in \{1, \dots, m\}$ tale che v^k è <u>sol. ottima</u> di P

master COPY