16/01/17

ESERCIZIO 1:

Completare la seguente tabella:

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

$$\begin{cases} \max\ 2x_1 + 9x_2 \\ -2x_1 + x_2 \le -8 \\ x_1 + 2x_2 \le -6 \\ x_1 \le 4 \\ x_1 - x_2 \le 12 \\ -2x_1 - x_2 \le 6 \\ -x_1 + 3x_2 \le -14 \end{cases}$$

Base 1°:

$\{1, 2\}$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ -2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \qquad A_B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \det A_B = -4 - 1 = -5$$

$$b = \begin{pmatrix} -8 \\ -6 \\ 4 \\ 12 \\ 6 \\ -14 \end{pmatrix} \qquad b_B = \begin{pmatrix} -8 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$x = A_B^{-1} b = \begin{pmatrix} +2 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -8 \\ -6 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{5} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

La soluzione di base risulta essere ammissibile e degenere

BASE 2:

$\{1, 6\}$

$AB = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & +1 \end{pmatrix}$ $bB = \begin{pmatrix} -8 \\ -14 \end{pmatrix}$ $\det(AB) = 2 - 1 = 3$

$\det AB = +2+1 = 3$

$AB^{-1} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

$y^T B = \begin{pmatrix} -1/3 & -1/3 \\ 1/3 & -2/3 \end{pmatrix}(2;9) = \begin{pmatrix} 7/3 \\ -20/3 \end{pmatrix}$ non ammissibile e non degenere

www.mastercopy.it CONSIGLIA 050/8312126 388/9837745

ESERCIZIO 2:

Effettuare 2 iterazioni dell'algoritmo del simplesso primale per l'esercizio 1:

MASTER COPY
Tel. 050 831 21 26
Cell. 388 9837745

$$A=\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ -2 & -1 \\ -1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad b=\begin{pmatrix} -8 \\ -6 \\ 4 \\ 12 \\ 4 \\ 6 \\ 14 \end{pmatrix} \quad c^T=(2;9)$$

Base:

$\{5,6\}$

$$AB=\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad AB^{-1}=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \quad bB=\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$\det AB = 2 - 1 = 1$

$$x = AB^{-1} bB = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ 4 & -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -8 \end{pmatrix}$$

Verifico l'ammissibilità:

$-4 + 8 \leq 4 \Rightarrow 4 = 4$
$-2 + 8 \leq 6 \Rightarrow 6 = 6$
} ammissibile

Verifico se degenere o meno:

$-4 - 8 \leq -8$ ✓
$2 - 16 \leq -6$ ✓
$2 \leq 4$ ✓
$2 - 8 \leq 12$ ✓
$-2 \cdot -24 \leq -14$ ✓

è non degenere

Ricerco la soluzione di base duale:

$$\bar{y}^T b = (2;9)\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+9 \\ 2-18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -16 \end{pmatrix}$$

$\bar{y}^T b = (0;0;0;0;7;-16;0)$

$\Rightarrow$ Prendo la componente con indice 6

Perché aveva $R=6$

$\overline{w}^0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Adesso vado a considerare gli indici che erano rich Jordan:

$$A_{NW}R = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 2 & -2 \\ 2 & 0 \\ 2 & +1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -1 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} -8 \\ -6 \\ 4 \\ 12 \\ 4 \\ 6 \\ -14 \end{pmatrix}$$

Adesso calcolo il passo di spostamento:

$$A_{NW}h = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \\ -3 \\ -7 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1^o \\ 2^o \\ \\ \\ 7^o \end{matrix}$$

Sol. base primale $= (2; -8)$

Prendo in considerazione gli indici >0:

$$\theta = \min\left\{ \frac{8+12}{4}; \frac{-6+14}{3}; \frac{-14+26}{7} \right\} = \left\{ 5; \frac{8}{3}; \frac{12}{7} \right\}$$

$\Rightarrow k=1$

Prova:

$\{1; 5\}$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9937745

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ -2 & -1 \\ -1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -8 \\ -6 \\ 8 \\ 12 \\ 4 \\ 6 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$A_B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \quad b_B = \begin{pmatrix} -8 \\ 4 \end{pmatrix} \quad c^T = (2; 3)$$

$$A_B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \quad \det(A_B) = 2 + 2 = 4$$

$$x = A_B^{-1} b_B = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -8 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/4 & -1/4 \\ 2/4 & -2/4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -8 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\bar{x} = (1; -6)$$

$$y^T b = (2; 3)\begin{pmatrix} -1/4 & -1/4 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix} = (4; -5)$$

$$\bar{y}^T b = (4; 0; 0; 0; -5; 0; 0)$$

Prende in considerazione l'indice 5

$k = 5 \; ; \; nz^5 = \begin{pmatrix} 1/4 \\ 1/2 \end{pmatrix}$

Prende in considerazione gli indici n-esimi:

$$A n_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ -1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1/4 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/4 + 1 \\ 1/4 + 0 \\ 1/4 - 1/2 \\ -1/4 - 1/2 \\ -1/4 + 3/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/4 \\ 1/4 \\ -1/4 \\ -3/4 \\ 5/4 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1^\circ \\ 3^\circ \\ \\ \\ 4^\circ \end{matrix}$$

$$\Theta = \left\{ \frac{-6 + 11}{5/4} ; \frac{4 - 1}{1/4} ; \frac{-14 + 19}{5/4} \right\} = \left\{ \frac{2}{5/4} ; 12 ; 4 \right\}$$

$\Downarrow 4$ $\quad \Downarrow 12$ $\quad \Downarrow 4$

$k = 2$ ✓