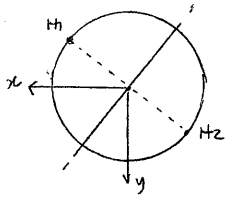
RIEPILOGO delle SEZIONI

CIRCOLARE



- flessione → A.N. $y = \frac{My}{Mx} \cdot x$

  Trovi σ_{zz} in H_1 e H_2

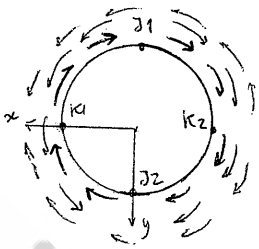
- torsione → $\sigma_{\lambda z} = \frac{Mz}{J_0} \cdot R$ uniforme sul bordo

- taglio T_y → $\sigma_{zy} = \frac{4}{3}\frac{T_y}{A}\left(1 - y^2/R^2\right)$ → trovi K_1 e K_2

  $\sigma_{zx} = -\frac{4}{3}\frac{T_y}{A} \cdot \frac{xy}{R^2}$

- taglio T_x → $\sigma_{zx} = \frac{4}{3}\frac{T_x}{A}\left(1 - x^2/R^2\right)$ → Trovi J_1 e J_2

  $\sigma_{zy} = -\frac{4}{3}\frac{T_x}{A} \cdot \frac{xy}{R^2}$



▨ = torsione
▥ = taglio $T_y > 0$
▥ = taglio $T_x > 0$

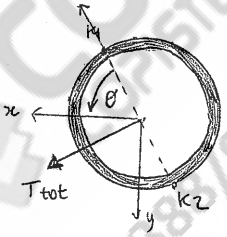
Calcoli la flessione in $K_1 K_2 J_1 J_2$ e il taglio in H_1 e H_2

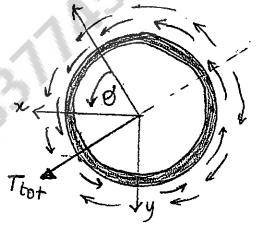
MASTER COPY
Tel. 050 831 2126
Cell. 388 983 7745

TUBOLARE

- flessione → A.N. $y = \frac{My}{Mx} \cdot x$ (idem circolare) → trovi H_1 e H_2
- torsione → $\sigma_{\lambda z} = \frac{Mz}{J_0} \cdot Re$ uniforme sul bordo
- taglio T_x e T_y → $\sigma_{\lambda z} = \frac{2 \cdot \sqrt{T_x^2 + T_y^2}}{A}$

  massimo in K_1 e K_2





▨ = torsione
▥ = taglio

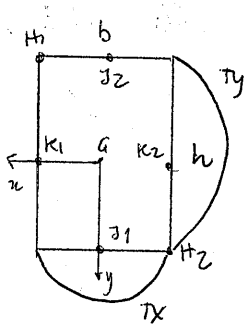
Calcoli la flessione in K_1 e K_2 e il taglio in H_1 e H_2 considerando θ rispetto all'asse passante per K_1

$$\sigma_{\lambda z} = \frac{2\sqrt{T_x^2 + T_y^2}}{A} \cos\theta$$

RETTANGOLARE

- flessione → A.N. $y = \frac{My}{Mx} \cdot \frac{Jx}{Jy} \cdot x$ → punti critici = vertici opposti all'A.N. (H_1 e H_2)
- torsione → la calcoli nei punti medi: $\tau_{K_1} = \frac{Mz}{\alpha h b^2}$ $\tau_{J_2} = \frac{Mz}{\beta h b^2}$ vertici scarichi
- taglio T_y → $\sigma_{zy} = \frac{3}{2}\frac{T_y}{A}\left(1 - y^2/h^2/4\right)$ → trovi K_1, K_2
- taglio T_x → $\sigma_{zx} = \frac{3}{2}\frac{T_x}{A}\left(1 - x^2/b^2/4\right)$ → trovi J_1, J_2

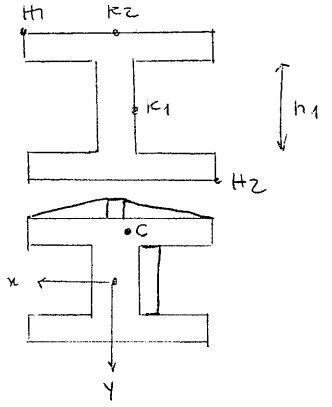
} G è il più sollecitato



- Nei vertici H_1 e H_2, taglio e torsione sono nulli
- calcoli flessione in $K_1 K_2 J_1 J_2$.

DOPPIO T

- flessione: A.N. → $y = \frac{My}{Nx} \cdot \frac{Jx}{Jy} \cdot x$ → punti critici: vertici opposti all'A.N. → H_1 e H_2
- torsione: suddividi in 3 rettangoli, calcoli $\beta_1\ \beta_2\ \beta_3$ ($< 0{,}1$?)
  Calcoli $J_{0eq1}, J_{0eq2}, J_{0eq3}$ e $J_{0eq} = \sum J_{0eq\,i}$
  calcoli τ nei punti medi dei lati: $\tau_{Ki} = \frac{Mz}{d_i b_i^2 h_i} \cdot \frac{J_{0eq\,i}}{J_{0eq}}$ (b = lato corto, h = lato lungo)
- taglio T_Y: $\tau_{anima} = T_Y / A_W$ uniforme sull'anima $= \sigma_{zy}$
  $\tau_C = \frac{T_Y}{A_W} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\text{spessore anima}}{\text{spessore piattabanda}} = \sigma_{zx}$
  Puoi cautelativamente considerare $\sigma_{zx}(K_2) = \sigma_{zx}(C)$
- taglio T_X: NO

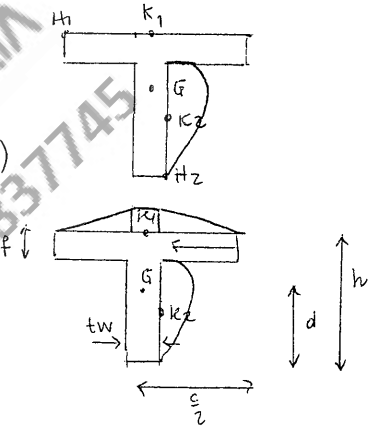


Nei vertici H_1 e H_2, torsione e taglio sono nulli
Calcoli da flessione in K_1 e K_2.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

T SEMPLICE (calcola con Huygens J_x e J_y)

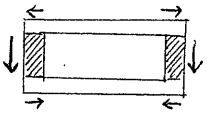
- flessione: A.N → $y = \frac{My}{Mx} \cdot \frac{Jx}{Jy} \cdot x$ → punti critici: vertici opposti all'A.N → H_1 e H_2
- torsione: suddividi in 2 rettangoli, calcoli β_1 e β_2 ($< 0{,}1$?)
  Calcoli J_{0eq1} e J_{0eq2}, $J_{0eq} = J_{0eq1} + J_{0eq2}$
  calcoli τ nei punti medi dei lati: $\tau_{Ki} = \frac{Mz}{d_i b_i^2 h_i} \cdot \frac{J_{0eq\,i}}{J_{0eq}}$ (b = lato corto, h = lato lungo)
- taglio: applichi Jouravski: $\sigma_{\lambda z} = \frac{T_Y \cdot S'(\lambda)}{b \cdot J_X}$ con $S'(\lambda)$ da formulario
  Lo calcoli in K_1 ($\lambda = \frac{s}{2}$), in G ($\lambda = h - d + \frac{s}{2} - \frac{t_f}{2}$), in K_2



Nei vertici H_1 e H_2, torsione e taglio sono nulli
Calcoli flessione in K_1 e K_2

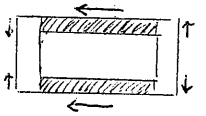
CASSONE

- flessione: A.N → $y = \frac{My}{Mx} \cdot \frac{Jx}{Jy} \cdot x$ → punti critici: vertici opposti all'A.N → H_1 e H_2
- torsione: applichi Bredt: $\sigma_{zy} = \frac{Mz}{2Am\,t_1}$ $\sigma_{zx} = \frac{Mz}{2Am\,t_2}$ A_m = area del profilo medio
  Torsione uniforme nel lato
- taglio T_Y: approssimazione a doppio T (/// = anima)



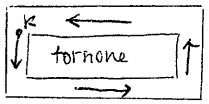
$\sigma_{zy} = T_Y / A_W$
$\sigma_{zx} = \frac{1}{2} \frac{T_Y}{A_W} \cdot \frac{\text{spessore anima totale}}{\text{spessore piattabanda}}$

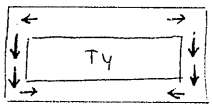
- taglio T_X: approssimazione a doppio T (/// = anima)

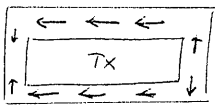


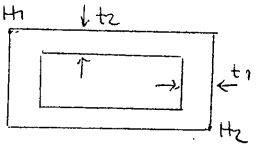
$\sigma_{zx} = T_X / A_W$
$\sigma_{zy} = \frac{1}{2} \frac{T_X}{A_W} \cdot \frac{\text{spessore anima totale}}{\text{spessore piattabanda}}$

- In H_1 e H_2 torsione e taglio sono nulli
- Trovare il punto più sollecitato a taglio + torsione e calcolare la flessione (qui K)



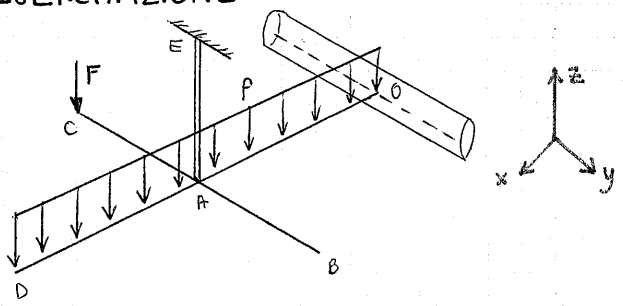






MASTER COPY
050/8312126 388/9837745

ESERCITAZIONE



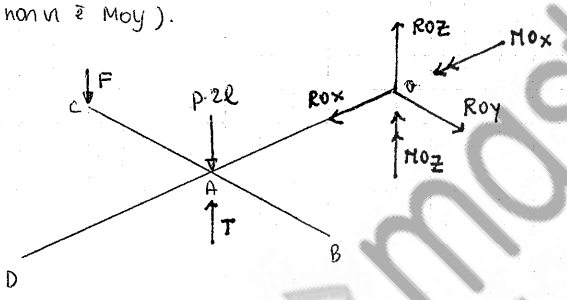
$p = 20\ N/mm$
$F = 2000\ N$
$\phi = 60\ mm$, diametro della sezione circolare
$E = 206\ GPa$

$OA = AD = \ell = 400\ mm$
$AB = AC = \ell_1 = 300\ mm$
$AE = \ell_2 = 700\ mm$

corpo	6 gdl
cerniera	−5 gdl
cavo	−1 gdl
	isostatico

$\eta = 1.4$ $\quad \sigma_{amm}$?

① REAZIONI VINCOLARI (nel sistema di rif. globale)
Il cavo può solo esercitare una trazione T lungo l'asse.
La cerniera sottrae 5 gdl su 6 e non può reagire con una reazione di momento lungo il suo asse (non vi è M_{Oy}).



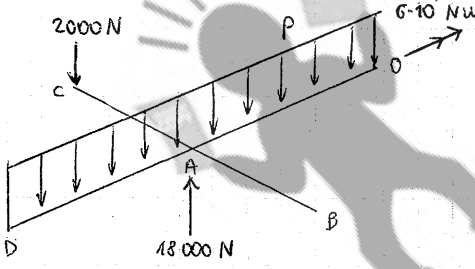
Equazioni di equilibrio

x) $R_{Ox} = 0$
y) $R_{Oy} = 0$
z) $R_{Oz} + T - F - p2\ell = 0$
↻x) $M_{Ox} + F\ell_1 = 0$
↻y) $p2\ell\ell + F\ell - T\ell = 0$
↻z) $M_{Oz} = 0$

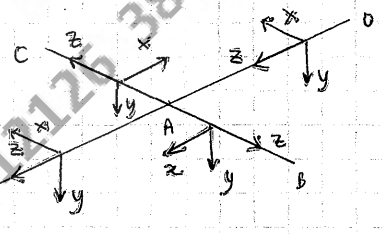
$\rightarrow$

$R_{Ox} = 0$
$R_{Oy} = 0$
$R_{Oz} = 0$
$M_{Ox} = -6\cdot10^5\ N\,mm$
$M_{Oz} = 0$
$T = 18000\ N$

DCL RIFOLTO

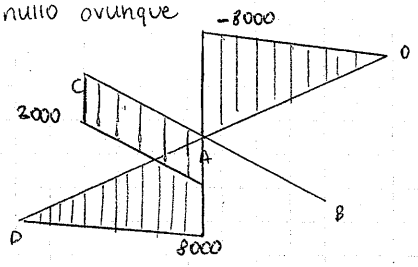


SISTEMI DI RIFERIMENTO LOCALI



CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE

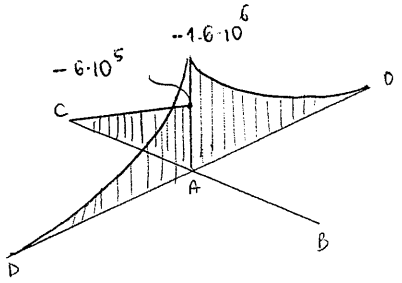
(N) nulla ovunque
(Tx) nullo ovunque
(Ty)



- in O: $T_y(s) = 0$ (guardo a monte)
- in OA: $T_y(s) = -ps$ fino ad A^-
  $T_y(A^-) = -p\ell = -8000\ N$
- in AD: $T_y(s) = T_y(A^+) - ps =$
  $= 18000 - 2000 - 8000 - ps = 8000 - ps$
- in AC: $T_y(s) = 2000\ N$ costante
- in AB: $T_y(s) = 0$

master COPY COPISERIA 050/8312126 388/9837745
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

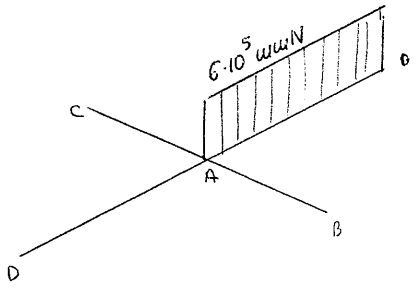
(Mx)



- in OA: $Mx(s) = -p s^2/2$ che vale $-1.6\cdot10^6$ Nmm in A⁻
- in AD: $Mx(s) = -1.6\cdot10^6 + 8000 s - p s^2/2$ che si annulla in D
- in AC: $Mx(s) = -2000(l_1 - s) = -6\cdot10^5 + 2000 s$
- in AB è nullo

(My) nullo ovunque dato che tutti i carichi sono diretti come y

(Mz)



- in OA: $Mz(s) = 6\cdot10^5$ Nmm (guardo a monte)
- in AD guardo avanti, è nullo (infatti F produce un momento costante pari a $-6\cdot10^5$).
- negli altri tratti è nullo

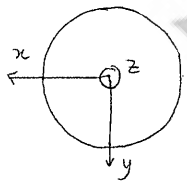
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

SEZIONI CRITICHE

	A⁻ di OA	A⁺ di AD	A⁺ di AC	
Ty	−8	−8	2	kN
Mx	$-1.6\cdot10^6$	$-1.6\cdot10^6$	$-6\cdot10^5$	Nmm
Mz	$6\cdot10^5$	0	0	Nmm

quindi la sezione critica è A⁻

PUNTI CRITICI DELLA SEZIONE CRITICA



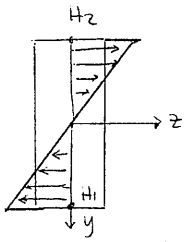
Dobbiamo valutare taglio (T_y), flessione (M_x) e torsione (M_z).

Proprietà geometriche: $A = \pi D^2/4 = 826\ mm^2$
$J_x = \pi D^4/64 = 6.35\cdot10^5\ mm^4$
$J_0 = 2J_x = 1.27\cdot10^6\ mm^4$

Vediamo le tensioni indotte sulla sezione dalle cds:

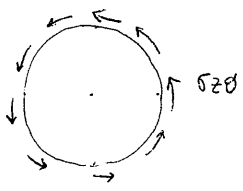
- Flessione: Navier → $\sigma_{zz} = \frac{M_x}{J_x} y$ → $\sigma_{zz\,max} = \frac{M_x}{J_x} R = -75.6\ N/mm^2$

$\sigma_{zz}(H_1) = -75,6\ N/mm^2 = -75,6\ MPa$
$\sigma_{zz}(H_2) = +75,6\ N/mm^2 = 75,6\ MPa$



- Torsione: $\sigma_{z\theta} = \frac{N_z}{J_0} r$ → $\sigma_{z\theta\,max} = \frac{N_z}{J_0} R = 14,2\ MPa$

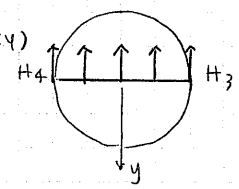
è massima su tutti i punti del bordo esterno.
Essendo $N_z > 0$ le tensioni sono in direzione in senso antiorario



- **Taglio** : induce delle tensioni tangenziali. Uso la teoria approssimata del taglio, il luogo geometrico delle tensioni massime è pari all'asse x e si annulla in H1 e H2.
Le σ_{zy} vanno corrette da σ_{zx} in modo da rimanere tangenti al bordo ma ora non le consideriamo, perché in H4 e H3 dove le σ_{zy} sono massime, le σ_{zx} sono nulle (dipendono da xy)

$$\sigma_{zy\,max} = \mu \frac{T_y}{A} = \frac{4}{3}\frac{T_y}{A} = -3{,}77\ MPa$$

massime su $y = 0$.



In H1 e H2 abbiamo
$\sigma_{zz\,max} = \pm 75{,}6\ MPa$
$\sigma_{z\theta\,max} = 14{,}2\ MPa$
$\sigma_{zy} = 0$

In H3 e H4 abbiamo
$\sigma_{zz\,max} = 0$
$\sigma_{z\theta\,max} = 14{,}2\ MPa$
$\sigma_{zy} = -3{,}77\ MPa$

↓
H3 è più critico di H4 perché $\sigma_{z\theta}$ e σ_{zy} si sommano
Invece in H4 si sottraggono

Tresca : $\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$

- in H1 e H2 : $\sigma_{eq} = \sqrt{75{,}6^2 + 4 \cdot 14{,}2^2} = 80{,}76\ MPa$
- in H3 : $\sigma_{eq} = \sqrt{0 + 4(14{,}2 + 3{,}77)^2} = 35{,}94\ MPa$

Allora $\sigma_{eq\,max} = 80{,}76\ MPa \rightarrow \sigma_{amm} = \eta \cdot \sigma_{eq\,max} = 113\ MPa$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745