Il quaderno raccoglie:

- correzione del 1^ e del 2^ appello (anno 2020)
- esercizi di cinematica
- esercizi di dinamica

master copy

Libro pdf: Ferraresi, Raparelli

↳ CON ARGOMENTI DI TEORIA UTILI

IL PDF È SCARICABILE DA INTERNET, scrivendo "download ferraresi pdf" al 1° risultato (https://kupdf.net)

NOTA BENE:

Molti esercizi utili con soluzione sono sul sito "Artoni unipi"



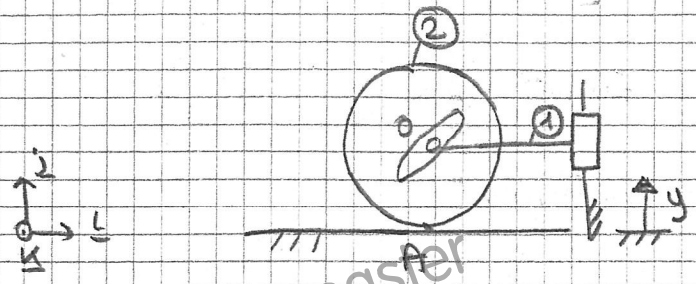

master
COPY


master
COPY


master
COPY

CORREZIONE DI MECCANICA APPLICATA
2^ appello 29/01/2020

Esercizio 1



dati:
- r di ②
- $\dot{y}$, $\ddot{y}$ lungo $\underline{j}$
- O può trovarsi all'interno dell'asola ricavata in ② (O è un polo)

1) determinare se si tratta di RSS o RCS in A affinché il sistema abbia 1 gdl

$$gdl \geq (2 \cdot 3) - (2 \cdot 1) - (1) - (2 \cdot 1) = 1$$

(2·1): COPPIA PRISMATICA
(1): PERNO CHE SCORRE IN UN'ASOLA (stesso vincolo di un carrello)
→ affinché siano tolti 2 gdl in A deve essere RSS

2) velocità del generico punto di ogni corpo

$\underline{v}_{P\in 1} = \dot{y}\,\underline{j}$

$\underline{v}_{Q\in 2} = \underline{v}_A + \dot{\theta}\underline{k} \times \vec{AQ} = \dot{\theta}\underline{k} \times \vec{AQ}$

(0 perché ② RSS su un piano fisso.)

3) equazione di chiusura velocità

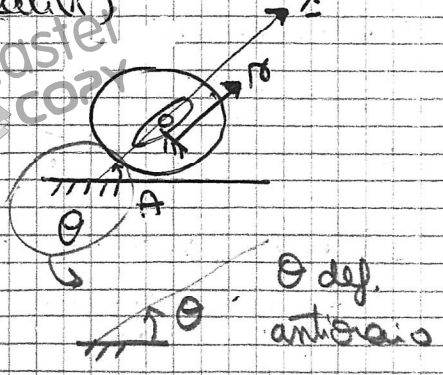
Vedo che O è un punto conveniente per scrivere l'equazione di chiusura:

$\underline{v}_{O\in 1}\,(TFC) = \underline{v}_{O\in 1}^{arr} \;\forall ②$ (moti relativi)

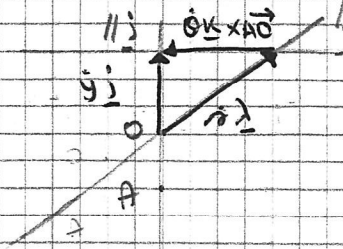
$\underline{v}_{O\in 1}^{arr} = \underline{v}_{O\in 1}^{rel} + \underline{v}_{O\in 1}^{tr} \;\forall ②$

$= \dot{r}\,\underline{\lambda} + \dot{\theta}\underline{k} \times \vec{AO}$

$\Rightarrow \dot{y}\,\underline{j} = \dot{r}\,\underline{\lambda} + \dot{\theta}\underline{k} \times \vec{AO}$



4) triangolo delle velocità



$\dot{r} > 0$ perché lungo $\underline{\lambda}$

$\dot{\theta} > 0$ per la regola della mano destra

2

5) soluzione parametrica e numerica

DATI NUMERICI:

$\dot{y} = 0{,}5$ m/s $\quad r = 0{,}15$ m $\quad \theta = 45°$ (istante nell'atto di moto considerato)

λ a $45° = \theta$

$\underline{\lambda} = \cos(45)\,\underline{\imath} + \sin(45)\,\underline{\jmath} = \frac{\sqrt{2}}{2}\underline{\imath} + \frac{\sqrt{2}}{2}\underline{\jmath}$

$$\dot{\theta}\,\underline{k} \times \overrightarrow{AO} = \begin{vmatrix} \underline{\imath} & \underline{\jmath} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \dot{\theta} \\ 0 & r & 0 \end{vmatrix} = (-\dot{\theta} r)\,\underline{\imath}$$

eq chiusura $\rightarrow \dot{y}\,\underline{\jmath} = \dot{s}\,\underline{\lambda} + \dot{\theta}\,\underline{k} \times \overrightarrow{AO}$

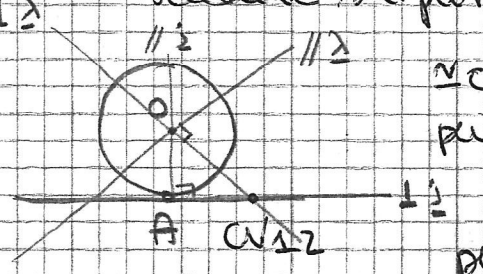
$\cdot\underline{\imath}$ $\quad \dot{s}\frac{\sqrt{2}}{2} - \dot{\theta} r = 0 \rightarrow +\dot{\theta} r = +\dot{s}\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \dot{\theta} = \frac{\dot{s}}{r}\frac{\sqrt{2}}{2} \cong 3{,}33$ rad/s

$\cdot\underline{\jmath}$ $\quad \dot{y} = \dot{s}\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \dot{s} = \frac{2\dot{y}}{\sqrt{2}} \cong 0{,}71$ m/s

6) CV (centri di velocità assoluti e relativi)

$CV_1 = +\infty$ (perché ① trasla) $\quad CV_2 = A$ (perché RSS)

CV_{12} → si trova applicando Chasles alle velocità relative sui punti materiali O e A



$\underline{v}_{O \in 1}^{rel} \perp \underline{\Sigma}_{②} = \dot{s}\,\underline{\lambda}$ e traccio la perpendicolare a $\underline{\lambda}$ passante per O

$\underline{v}_{A \in 2}^{rel} \perp \underline{\Sigma}_{①} = \dot{y}\,\underline{\jmath}$ e traccio la perpendicolare a $\underline{\jmath}$ passante per A

7) equazione di chiusura accelerazioni

scrivo prima le accelerazioni di ogni corpo

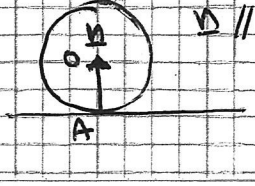
$\underline{a}_{P \in 1} = \ddot{y}\,\underline{\jmath}$

$\underline{a}_{Q \in 2} = \underline{a}_A + \dot{\omega}_2 \times \overrightarrow{AQ} - \omega_2^2 \overrightarrow{AQ} = -D\omega^2 \underline{n} + \ddot{\theta}\,\underline{k} \times \overrightarrow{AQ} - \dot{\theta}^2 \overrightarrow{AQ}$

$-D\omega^2\underline{n}$ = accelerazione di A che RSS su piano fisso

$\frac{1}{D} = \left(\frac{1}{R_y}\right) - \frac{1}{R_m} = -\frac{1}{r} \Rightarrow D = -r$

$=0$ perché il piano ha raggio $+\infty$



$\underline{n} \parallel \underline{\jmath} \quad \underline{a}_{Q \in 2} = -r\dot{\theta}^2\,\underline{\jmath} + \ddot{\theta}\,\underline{k} \times \overrightarrow{AQ} - \dot{\theta}^2 \overrightarrow{AQ}$

Eq. chiusura: $\underline{a}_{O\in 1} = \underline{a}_{O\in 1}^{ass}$

$\underline{a}_{O\in 1}^{ass}$ (Teo. comp. accelerazioni) $= \underline{a}_{O\in 1}^{rel} + \underline{a}_{O\in 1}^{tr} + \underline{a}_{O\in 1}^{cor}$ ②

$\ddot{r}\underline{\lambda} - r\dot{\theta}^2\underline{j} + \ddot{\theta}\underline{k}\times\overrightarrow{AO} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{AO} + 2\underbrace{\underline{\omega}^{tr}}_{\dot{\theta}\underline{k}} \times \underbrace{\underline{v}^{rel}}_{\dot{r}\underline{\lambda}}$

$\underline{a}_{O\in 1} = \ddot{y}\underline{j}$

$\Rightarrow \ddot{r}\underline{\lambda} - r\dot{\theta}^2\underline{j} + \ddot{\theta}\underline{k}\times r\underline{j} - \dot{\theta}^2 r\underline{j} + 2\dot{\theta}\underline{k}\times\dot{r}\underline{\lambda} = \ddot{y}\underline{j}$

8) soluzione parametrica e numerica

$\ddot{y} = 1{,}5\ m/s^2$

- $\ddot{\theta}\underline{k}\times r\underline{j} = (-\ddot{\theta} r)\underline{\iota}$
- $2\dot{\theta}\underline{k}\times\dot{r}\underline{\lambda} = \begin{vmatrix} \underline{\iota} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & 2\dot{\theta} \\ \dot{r}\frac{\sqrt{2}}{2} & \dot{r}\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \end{vmatrix} = (-2\dot{\theta}\dot{r}\frac{\sqrt{2}}{2})\underline{\iota} + (+2\dot{\theta}\dot{r}\frac{\sqrt{2}}{2})\underline{j}$
$= -\dot{\theta}\dot{r}\sqrt{2}\,\underline{\iota} + \dot{\theta}\dot{r}\sqrt{2}\,\underline{j}$

$\underline{\iota}$ | $\ddot{r}\frac{\sqrt{2}}{2} - \ddot{\theta} r - \dot{\theta}\dot{r}\sqrt{2} = 0$

$\underline{j}$ | $\ddot{r}\frac{\sqrt{2}}{2} + \dot{\theta}\dot{r}\sqrt{2} = \ddot{y} \Rightarrow \ddot{r}\frac{\sqrt{2}}{2} = \ddot{y} - \dot{\theta}\dot{r}\sqrt{2} \Rightarrow \ddot{r} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\ddot{y} - \dot{\theta}\dot{r}\sqrt{2})$

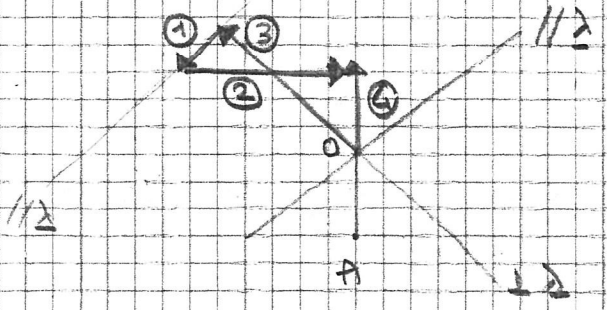
$-\ddot{\theta} r = \dot{\theta}\dot{r}\sqrt{2} - \ddot{r}\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad \simeq -2{,}6\ m/s^2$

$\ddot{\theta} = \frac{\dot{\theta}\dot{r}\sqrt{2} - \ddot{r}\frac{\sqrt{2}}{2}}{-r} \simeq -34{,}54\ rad/s^2$

9) poligono accelerazioni

$\ddot{r}\underline{\lambda} + \ddot{\theta}\underline{k}\times r\underline{j} + 2\dot{\theta}\underline{k}\times\dot{r}\underline{\lambda} = \ddot{y}\underline{j}$

① noto in dir ② noto in dir ③ completamente noto ④ noto in dir



$\ddot{r} < 0$

$\ddot{\theta} < 0$

come si verifica poi nella soluzione analitica