SPACEFLIGHT MECHANICS 30.9.2020

## KEPLER'S LAWS

Furono formulate da Keplero con i dati raccolti da Tycho Brahe senza l'uso di telescopio e descrivono il moto dei pianeti (1609-1619)

(1) LAW OF ORBITS

ALL PLANETS MOVE IN ELLIPTICAL ORBITH, WITH THE SUN AT ONE FOCUS

(2) LAW OF AREAS

A LINE THAT CONNECTS THE PLANET TO THE SUN SWEEPS OUT EQUAL AREAS IN EQUAL TIME

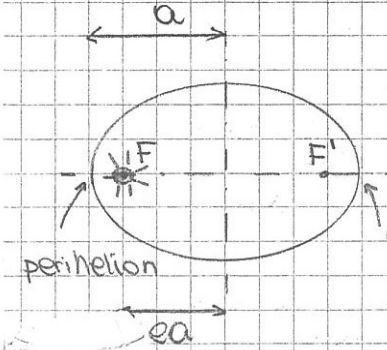
(3) LAW OF PERIODS

THE SQUARE OF THE PERIOD OF ANY PLANET IS PROPORTIONAL TO THE CUBE OF ITS AVERAGE DISTANCE FROM THE SUN (SEMIMAJOR AXIS OF ITS ORBIT)

master COPY

queste leggi, almeno al primo ordine, sono valide per qualsiasi corpo che orbiti attorno ad un primario, ordinariamente per un satellite

THE LAW OF ORBITS




La legge delle orbite dice che i pianeti si muovono su orbite ellittiche dove

- F fuoco
- F' fuoco libero o vacant focus
- b semiminor axis
- a semimajor axis
- e eccentricity = number minus than 1
- perihelion point closest to sun
- aphelion point further to sun

La forma ellittica dell'orbita è un risultato della forza di gravità, inversamente proporzionale al quadrato della distanza.

Le distanze vengono misurate in unità astronomiche, che due sono i multipli della distanza Terra - Sole:

$1,5 \cdot 10^8$ km ≈ 1 au = 149 597 871 km ASTRONOMIC UNIT

e per avere un riferimento abbiamo che l'eccentricità e l'inclinazione e di

e = 0,0167 ECCENTRICITY EARTH

inclination = 0 deg INCLINATION EARTH

e tutti gli altri pianeti hanno quantità dello stesso ordine di grandezza tranne

- MERCURY e = 0,2056 inclin = 7,005°
- PLUTO e = 0,2488 inclin = 17,142°

THE LAW OF AREAS

La legge delle aree dice che un pianeta del sistema solare spazza aree uguali in tempi uguali, come conseguenza del

CONSERVATION OF ANGULAR MOMENTUM

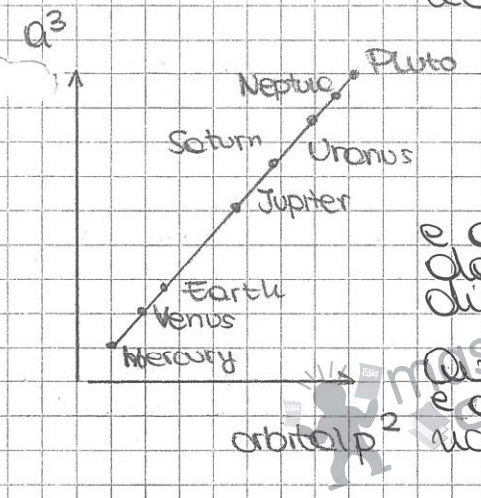
e della conservazione dell'energia meccanica e questo vuol dire che:

THE VELOCITY IN THE ORBIT NEAR TO THE SUN IS GREATER THAN IN THE ORBIT FOR FROM THE SUN

quindi quando si muove vicino al perielio la velocità è maggiore rispetto a quando si trova vicino all'afelio

## THE LAW OF PERIODS

La legge del periodo può essere espressa nella forma seguente:




$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{\mu} = \text{cost} \quad \text{KEPLER'S THIRD LAW}$$

e questa costante nel nostro caso è valida la costante gravitazionale prodotto di massa della Terra con la costante G univ.

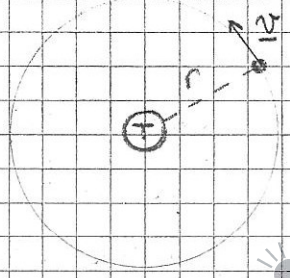
Questa legge è valida per ogni pianeta e deriva da equazioni che si possono ricavare.

master copy COPISTERIA

astro.une.edu/naap/pos/animations/kepler.html

PLANETARY ORBIT SIMULATOR

# CIRCULAR MOTION




Un veicolo che orbita attorno alla Terra risente di una accelerazione centripeta pari a

$$a = \frac{v^2}{r}$$ CENTRIPETAL ACCELERATION

e dalla legge di Newton $F = ma$, tenendo conto che la forza è quella di gravità, si ottiene che

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{m v^2}{r}$$

e questo ci permette di ottenere la velocità del corpo orbitante:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$$ VELOCITY OF AN ORBITING SPACECR.

che viene scritta spesso in funzione della costante

$$\mu = G \cdot M_{primary}$$ GRAVITATIONAL PARAMETER

e che in modo esplicito dipende quindi esclusivamente dalla altezza

## Esempio 1

Per capire l'ordine di grandezza di questa velocità abbiamo che attorno alla Terra

$G = 6{,}6726 \cdot 10^{-11}\ m^3/s^2\ kg$ universal gravitational constant

$M = 5{,}9736 \cdot 10^{24}\ kg$ Earth's mass

$R = 6378\ km$ Earth's radius ≈ height

per quanto riguarda i pianeti dobbiamo cambiare il parametro gravitazionale, con la massa del Sole $M_\odot = 1{,}98855 \cdot 10^{30}\ kg$

- $z = 350\ km$ (ISS) $\Rightarrow v = 7{,}68\ km/s$
- $z = 20200\ km$ (GPS) $\Rightarrow v = 3{,}87\ km/s$
- $z = 35786\ km$ (geostat) $\Rightarrow v = 3{,}07\ km$
- Earth $r_p = 1\ au$ $v_p = 29{,}78\ km/s$
- Jupiter $r_p = 5{,}2\ au$ $v_p \approx 13\ km/s$

Quindi vediamo che:

> L'ORDINE DI GRANDEZZA DELLA VELOCITÀ DI CORPI CHE ORBITANO ATTORNO ALLA TERRA È DELLE UNITÀ DI Km/s
>
> <>
>
> L'ORDINE DI GRANDEZZA DELLA VELOCITÀ DEI PIANETI CHE ORBITANO ATTORNO AL SOLE È DELLE DECINE DI Km/s

e questo è dovuto al fatto che, nonostante la costante del primo sia maggiore del secondo caso rispetto al primo, la massa del primo, che compare nella definizione della costante gravitazionale, risulta maggiore.

master COPY COPISTERIA