RADIAZIONI ELETTROMAGNETICHE

Una radiazione è un mezzo in cui le particelle (onde) energia viaggiano attraverso un mezzo o lo spazio.

RADIAZIONI IONIZZANTI → capaci di produrre ioni quando interagiscono con la materia, sono i raggi X, β, α e γ. ⇒ $10^{16} < f < 10^{20}$

RADIAZIONI NON IONIZZANTI → caratterizzati da scarsa energia, infrarossi e visibile ⇒ $10^{12} < f < 10^{16}$ generano un riscaldamento

SORGENTE → PERCORSO DI ACCOPPIAMENTO (spazio libero) → RICEVITORE (VITTIMA)

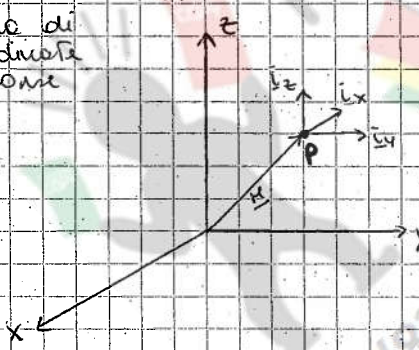
SORGENTE → intenzionale o non

RIPASSO DI MATEMATICA E FISICA II

SISTEMA DI RIFERIMENTO CARTESIANO

Il punto è individuato dall'intersezione di 3 piani mutuamente ortogonali. Mentre l'origine O(0,0) cui altro punto è determinato dalle distanze dall'origine (x, y, z) dei piani che lo individuano.

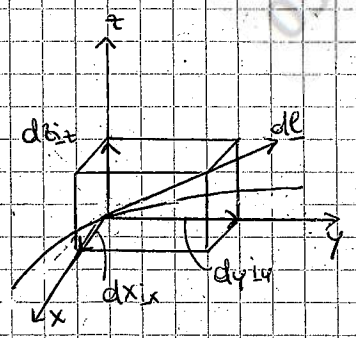
Terna di coordinate destrorse

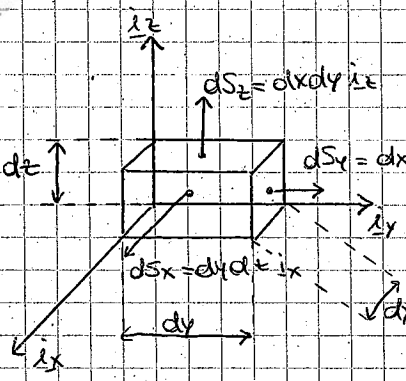


- $P \equiv (x, y, z)$ con i_x, i_y, i_z versori che indicano le direzioni
- $\underline{M} = x \cdot i_x + y i_y + z i_z$ VETTORE DI POSIZIONE

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Le quantità differenziali hanno le seguenti espressioni:





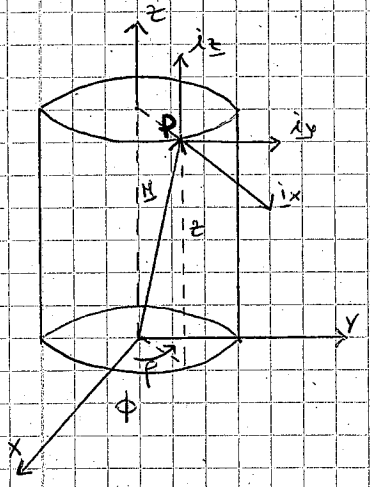
$d\underline{l} = i_x dx + i_y dy + i_z dz$

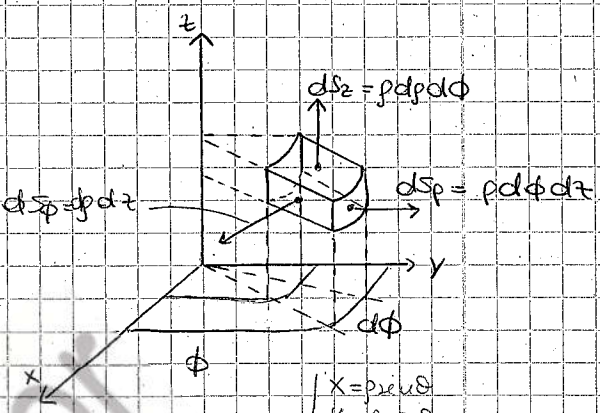
$dV = dx\,dy\,dz \Rightarrow$ VOLUME DIFFERENZIALE

SISTEMA DI RIFERIMENTO CILINDRICO

Usato quando esiste simmetria rispetto ad una retta (asse z)

- $P = (\rho, \phi, z)$ con i_ρ, i_ϕ e i_z ortogonali
- $r = \rho i_\rho + z i_z$





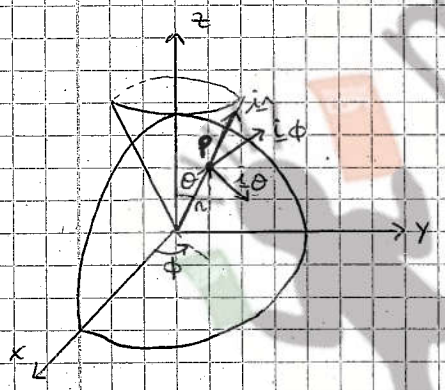
$$\begin{cases} x = \rho \cos\theta \\ y = \rho \sin\theta \\ z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$$

$dV = \rho d\rho d\phi dz$

$d\underline{l} = i_\rho d\rho + i_\phi d\phi + i_z dz$

SISTEMA DI COORDINATE SFERICHE

Usato quando c'è simmetria rispetto ad un punto (origine).



$P \equiv (r, \theta, \phi)$ con i_r, i_ϕ e i_θ

$r = r i_r$

$$\begin{cases} x = \rho \cos\theta \\ y = \rho \cos\phi \sin\theta \\ z = \rho \sin\theta \sin\phi \end{cases}$$

$dS_r = r^2 \sin\theta \, d\phi \, d\theta \, i_r$

$dS_\theta = r \sin\theta \, dr \, d\phi \, i_\theta$

$dS_\phi = r \, dr \, d\theta \, i_\phi$

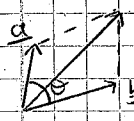
$dV = r^2 \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\phi$

$d\underline{l} = i_r dr + i_\theta d\theta \cdot r + r \sin\theta \, i_\phi d\phi$

VETTORI

Elemento geometrico caratterizzato da modulo, verso e direzione.

$\underline{a} + \underline{b} \Rightarrow |\underline{a} + \underline{b}| = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta}$



PRODOTTO SCALARE: $\underline{a} \cdot \underline{b} = ab\cos\theta$ con $\underline{a} \cdot \underline{b} = \underline{b} \cdot \underline{a}$

$\underline{a} \cdot \underline{b} = 0$ se $a \perp b$

PRODOTTO VETTORIALE: $|\underline{a} \times \underline{b}| = ab \sin\theta$ con $(\underline{a} \times \underline{b}) \times \underline{c} = \underline{a} \times \underline{c} + \underline{b} \times \underline{c}$

$\underline{a} \times \underline{b} = -\underline{a} \times \underline{b}$

$\underline{a} \times \underline{b} = 0$ se $a \parallel b$

$\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) = \underline{b}(a \cdot c) - \underline{c}(a \cdot b)$

$(\underline{a} \times \underline{b}) \cdot (\underline{b} \times \underline{c}) = a^2(b \cdot c) - (a \cdot b)(a \cdot c)$

CAMPI SCALARI E VETTORIALI

In una regione dello spazio esiste un campo se esiste una funzione fisica definita in tutti i punti appartenenti a quella regione.

CAMPO SCALARE → è definito da una funzione scalare (dipende da una posizione)

$$U = U(P) = U(x,y,z) = U(\underline{r})$$

CAMPO VETTORIALE → ad ogni punto del campo è associato un vettore.

$$\underline{U} = \underline{U}(P) = \underline{U}(\underline{r}) = U_x(\underline{r})\,i_x + U_y(\underline{r})\,i_y + U_z(\underline{r})\,i_z$$

CAMPO STATICO → non dipende dal tempo
CAMPO DINAMICO → dipende dal tempo

GRADIENTE DI UN CAMPO SCALARE

Consideriamo un campo scalare $f(x,y,z)$ e supponiamo di voler studiare il comportamento nell'intorno del punto P dove variazione infinitesima df di f nel suo spostamento da (x,y,z) a $(x+dx, y+dy, z+dz)$ sarà:

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz$$

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial x}i_x + \frac{\partial f}{\partial y}i_y + \frac{\partial f}{\partial z}i_z\right)\cdot d\underline{l} \quad \left\{\text{prodotto scalare tra il } \nabla f \text{ e } d\underline{l}\right.$$

$$d\underline{l} = dx\,i_x + dy\,i_y + dz\,i_z$$

Quindi:

$$\boxed{\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}i_x + \frac{\partial f}{\partial y}i_y + \frac{\partial f}{\partial z}i_z\right)}$$

Dato un elemento di lunghezza dl, il valore max di df lo ottengo quando dl è orientato in modo da coincidere con la direzione del vettore gradiente:

$$\boxed{df = \nabla f \cdot d\underline{l} = (\nabla f)\,dl\cos\theta}$$

↑ def di prodotto scalare

$\left\{\begin{array}{l} df \text{ è max se } \theta = 0 \\ \text{perché } \cos\phi = 1. \end{array}\right.$

⇓

Il gradiente ha la direzione di massima variazione di f ovvero misura la rapidità di variazione di un campo scalare.

Quando $\theta = \frac{\pi}{2} \rightarrow df = 0$
Vuol dire che non ci sono variazioni di f costante.

Quindi: il gradiente è $\perp$ alle superfici a f costante e diretto verso curve di livello crescente.

Proprietà del gradiente:

1) $\nabla(cu + cv) = c\nabla u + c\nabla v$

2) $\nabla(uv) = u\nabla v + v\nabla u$

3) $\nabla\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{(v\nabla u - u\nabla v)}{v^2}$

GRADIENTE IN COORDINATE CILINDRICHE:

$$\nabla f = \left(\frac{df}{d\rho} \underline{i}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{df}{d\phi} \underline{i}_\phi + \frac{df}{dz} \underline{i}_z \right)$$

GRADIENTE IN COORDINATE SFERICHE:

$$\nabla f = \left(\frac{df}{dr} \underline{i}_r + \frac{1}{r} \frac{df}{d\theta} \underline{i}_\theta + \frac{1}{r \sin\theta} \frac{df}{d\phi} \underline{i}_\phi \right)$$

ROTORE DI UN CAMPO VETTORIALE

Diciamo definizione rotore del campo vettoriale. Dato un campo vettoriale $\underline{A}(P) = A_x \underline{i}_x + A_y \underline{i}_y + A_z \underline{i}_z$, il rotore sarà definito come:

$$\text{rot}\,\underline{A} = \left(\frac{dA_z}{dy} - \frac{dA_y}{dz} \right) \underline{i}_x + \left(\frac{dA_x}{dz} - \frac{dA_z}{dx} \right) \underline{i}_y + \left(\frac{dA_y}{dx} - \frac{dA_x}{dy} \right) \underline{i}_z$$

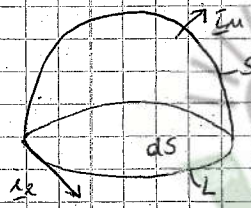
$$\boxed{\text{rot}\,\underline{A} = \nabla \times \underline{A} = \begin{vmatrix} \underline{i}_x & \underline{i}_y & \underline{i}_z \\ \frac{d}{dx} & \frac{d}{dy} & \frac{d}{dz} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}}$$

PROPRIETÀ:

1) $\nabla \times (\nabla f) = \underline{0}$
2) $\nabla \times \underline{a} = \underline{0} \Rightarrow \underline{a} = \nabla u$ (a è un campo irrotazionale, u funzione scalare)
3) $\nabla \times (\underline{a} + \underline{b}) = \nabla \times \underline{a} + \nabla \times \underline{b}$
4) $\nabla \times (f \underline{a}) = f(\nabla \times \underline{a}) + (\nabla f) \times \underline{a}$ (campo vettoriale)

TEOREMA DI STOKES

Consideriamo una superficie S che si appoggia su una curva L, e sia $\underline{i}_n$ il versore normale alla superficie S, allora vale che:



$$\oint_L \underline{A} \cdot d\underline{l} = \iint_S \nabla \times \underline{A} \cdot \underline{i}_n \, dS$$

ROTORE IN COORDINATE CILINDRICHE:

$$\nabla \times \underline{A} = \left(\frac{1}{\rho} \frac{dA_z}{d\phi} - \frac{dA_\phi}{dz} \right) \underline{i}_\rho + \left(\frac{dA_\rho}{dz} - \frac{dA_z}{d\rho} \right) \underline{i}_\phi + \frac{1}{\rho} \left(\frac{d}{d\rho}(\rho A_\phi) - \frac{dA_\rho}{d\phi} \right) \underline{i}_z$$

ROTORE IN COORDINATE SFERICHE:

$$\nabla \times \underline{A} = \frac{1}{r \sin\theta} \left(\frac{d}{d\theta}(A_\phi \sin\theta) - \frac{dA_\theta}{d\phi} \right) \underline{i}_r + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin\theta} \frac{dA_r}{d\phi} - \frac{d}{dr}(r A_\phi) \right) \underline{i}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{d}{dr}(r A_\theta) - \frac{dA_r}{d\theta} \right) \underline{i}_\phi$$

DIVERGENZA DI UN CAMPO VETTORIALE

È la tendenza di un campo a ~~non~~ divergere o a convergere in un punto. Dato un campo vettoriale $A(P) = A_x i_x + A_y i_y + A_z i_z$, la divergenza è definita come:

$$\operatorname{div} \underline{A} = \frac{dA_x}{dx} + \frac{dA_y}{dy} + \frac{dA_z}{dz}$$

$$\operatorname{div} \underline{A} = \nabla \cdot \underline{A} = \left(\frac{d}{dx} i_x + \frac{d}{dy} i_y + \frac{d}{dz} i_z \right) \cdot \underline{A}$$

PROPRIETÀ:

1) $\nabla \cdot (\nabla \times \underline{a}) = \phi$
2) $\nabla \cdot \underline{b} = \phi \Rightarrow \underline{b} = \nabla \times \underline{a}$ con $\underline{b}$ campo solenoidale
3) $\nabla \cdot (\underline{a} \times \underline{b}) = \underline{b} \cdot (\nabla \times \underline{a}) - \underline{a} \cdot (\nabla \times \underline{b})$
4) $\nabla \cdot (u\underline{a}) = (\nabla u) \cdot \underline{a} + u(\nabla \cdot \underline{a})$
5) $\nabla \cdot (\underline{a} + \underline{b}) = \nabla \cdot \underline{a} + \nabla \cdot \underline{b}$

TEOREMA DI HELMOTZ

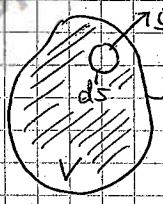
Qualunque vettore a può essere espresso come somma di una parte irrotazionale ed una solenoidale:

$\underline{a} = \underline{a_i} + \underline{a_s}$, con $\underline{a_i}$ = campo irrotazionale $\nabla \times \underline{a_i} = \phi$
$\underline{a_s}$ = campo solenoidale $\nabla \cdot \underline{a_s} = \phi$

TEOREMA DELLA DIVERGENZA

Converte un integrale di volume in uno di superficie. Considero un volume V racchiuso interamente da una superficie S, allora vale che:

$$\oiint_S \underline{A} \cdot i_n \, dS = \iiint_V \nabla \cdot \underline{A} \, dV$$



OPERATORE LAPLACIANO

Dato f una funzione scalare, operando su di una prima con l'operatore gradiente poi con la divergenza avrò:

$$\nabla \cdot (\nabla f) = \nabla^2 f$$

$$\nabla^2 f = \frac{d^2 f}{dx^2} + \frac{d^2 f}{dy^2} + \frac{d^2 f}{dz^2}$$

se $\nabla^2 f = \phi$ la funzione si dice armonica.

LAPLACIANO VETTORIALE:

$$\nabla^2 \underline{a} = \nabla(\nabla \cdot \underline{a}) - \nabla \times \nabla \times \underline{a}$$

$$\nabla^2 \underline{a} = (\nabla^2 a_x) i_x + (\nabla^2 a_y) i_y + (\nabla^2 a_z) i_z$$