VELOCITÁ EFFICACE DI SCARICO

Possiamo scrivere l'equazione del moto per un razzo in condizioni di moto unidimensionale:

$T = \dot{m} v_e$ — $\dot{m}$: portata propulsiva che lascia il veicolo, includendo anche quella non per scopi propulsivi; T: spinta complessiva (dovuta a TUTTI i contributi); v_e: velocità EFFICACE di scarico ($\hat{=}$ la velocità che genera T, se gli attribuiamo $\dot{m}$). N.B. → v_e non ha significato fisico e non è direttamente misurabile.

Abbiamo così: (serve sapere $V_e(M)$)

$$M\frac{dv}{dt} = T = \dot{m} v_e \Rightarrow dv = -\frac{dM}{M} v_e \Rightarrow \Delta v = -\int_{M_i}^{M_f} V_e \frac{dM}{M} = \boxed{V_e \ln \frac{M_i}{M_f}}$$

← se V_e è costante (Tsiolkowsky).

↑ per aumentare Δv: $\begin{cases} M_i/M_f & \text{(poco efficiente)} \\ v_e \end{cases}$

Ci possiamo riferire a v_e anche come IMPULSO SPECIFICO DI MASSA:

$$v_e = \frac{T}{\dot{m}} = \frac{T}{\dot{m}}\frac{\delta t}{\delta t} \Rightarrow \overline{v_e} = \frac{\int_0^{t_p} T\,dt}{\int_0^{t_p} \dot{m}\,dt} = \frac{I_{TOT}}{M_{p\,TOT}}$$

(t_p → tempo totale di spinta; δt infinitesimo, su cui T e $\dot{m}$ costanti)

dove $v_e = \overline{v_e}$ solo se T e $\dot{m}$ costanti. Di solito si usa l'impulso specifico:

$$I_{sp} = \frac{I_{TOT}}{W_p} = \frac{\int_0^{t_p} T\,dt}{\int_0^{t_p} \dot{w}\,dt} \rightarrow \text{N.B.} \quad \begin{cases} I_{sp} \text{ è una media, in genere diversa da } I_{sp} \text{ istantaneo} \\ v_e = I_{sp} g_0 \rightarrow g_0 \text{ è solo un parametro, non c'è un particolare significato fisico nella sua scelta, basta che sia coerente (di solito } g_0 = 10\ m/s^2) \end{cases}$$

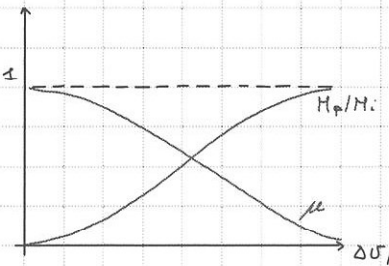
I_{sp} è utile non per caratterizzare il comportamento di un propulsore, ma solamente per calcolare il Δv che può fornire.
Notiamo poi come I_{TOT} metta in relazione T, t_p, $\dot{m}$, M, Δv:

$$I_{TOT} = \int_0^{t_p} T\,dt = \int_0^{t_p} \dot{m} v_e\,dt = \int_{V_i}^{V_e} M\,dv.$$

Nel caso di v_e costante:

$$I_{TOT} = T t_p = v_e M_p = v_e (M_i - M_f) = \Delta v\, M_i \frac{1-(M_f/M_i)}{\ln(M_i/M_f)} = \Delta v\, M_i \underbrace{\frac{1-e^{-\Delta v/v_e}}{\Delta v/v_e}}_{\mu}$$

μ → FATTORE DI RIDUZIONE DI MASSA



Notiamo che se $\Delta v \gg v_e$ ($\Rightarrow M_p \ll M_i$) $\Rightarrow \mu = 1$ e:

$$I_{TOT} = T t_p = v_e M_p = \Delta v\, M_i.$$

Possiamo, così, determinare le caratteristiche del veicolo in base alla missione.
Possiamo esprimere v_e come somma dei vari contributi (legati a diverse porzioni $\dot{m}_i$ di $\dot{m}$):

$$v_e = \frac{T}{\dot{m}} = \frac{\sum_i \dot{m}_i v_{ei}}{\sum_i \dot{m}_i}$$

da cui vediamo come v_e sia la media pesata dei vari contributi. Se calcoliamo, invece, la media rispetto alle potenze, otteniamo:

$$v_e' = \sqrt{\frac{2P}{\dot{m}_i}} = \sqrt{\frac{\sum_i \dot{m}_i v_{ei}^2}{\sum_i \dot{m}_i}}$$

da cui si può vedere come espellere tutta la $\dot{m}$ alla stessa v_e sia sempre la strada più efficiente, tenendo conto del RENDIMENTO DI SPINTA:

$$\eta_T \triangleq \frac{\dot{m} v_e^2}{2P_p} = \frac{v_e T}{2P_p} = \frac{T^2}{2\dot{m}P}$$

tutti termini misurabili

N.B. Il rendimento di spinta non è il rendimento del propulsore

(1) Possiamo definire la POTENZA SPECIFICA:

$$\alpha \triangleq \frac{P_p}{T} = \frac{v_e}{2\eta_T}$$

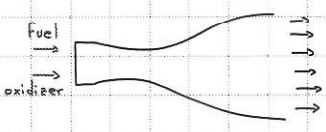
(25 ÷ 30 kW/N per propulsori elettrici)

utile perché esprimibile con parametri misurabili (più pratico di v_e).

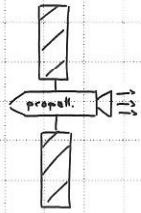
(2) Sono tutte quantità misurabili.

Il rendimento di spinta esprime il rapporto tra la potenza utile (la minima necessaria a generare T con $\dot{m}$) e quella totale a disposizione.

ELETTRICO VS CHIMICO



- Spinte elevate
- Basso burning time
- Minore v_e



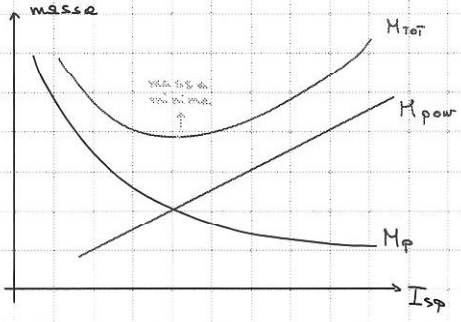
- Spinte basse
- Lungo burning time
- v_e elevate

In un propulsore chimico la potenza è estratta in camera di combustione (attraverso reazioni chimiche), mentre nei propulsori elettrici è fornita da dispositivi esterni (es. pannelli solari), quindi richiede di portare massa a bordo. Quindi, dati t_p e T:

- $M_p = \dot{m} t_p = \frac{I_{TOT}}{v_e}$
- $M_{pow} = \alpha P = \frac{\alpha T v_e}{2\eta_T}$ (massa sist. generaz. potenza; costante di proporzionalità)

da cui:

$$M_{TOT} = \frac{T t_p}{v_e} + \frac{\alpha T v_e}{2\eta_T}$$



e, se η_T è costante, il v_e ottimale è:

$$\hat{v}_e = \sqrt{2\eta_T \frac{t_p}{\alpha}}$$

Quindi, volendo risparmiare massa:

- chimici → v_e più alta possibile (max 5 m/s)
- elettrici → esiste v_e ottimale di missione

master COPY COPISTERIA

CLASSIFICAZIONE DEI PROPULSORI

Accelerating Process			Form of Energy Supplied to the Thruster: Electric			Chemical	Nuclear
Gasdyn.	$v_e \sim \sqrt{\frac{T}{m}}$	Electro thermal		Resistojets Arcjets	Solid and Liquid Propellant Rockets	Nuclear Rockets
Electrostatic	$v_e \sim \sqrt{\frac{2qV}{M}}$	Electro static	Ion Thrusters	Gridded Ion Thrusters FEEP, Colloid Thrusters		
			Plasma Thrusters	Hall Thrusters		
Electromag.	$v_e \sim \frac{I^2}{m}$	Electro magnetic		MPD Thrusters		

$T \rightarrow$ temperatura
$m \rightarrow$ peso molecolare medio
$q \triangleq Ze$

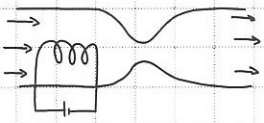
(1) Elettrotermici

La potenza elettrica di una sorgente esterna é utilizzata per scaldare un flusso di gas in una apposita camera, dai cui materiali dipende la massima temperatura T_c sostenibile. Il gas espande, poi, in un ugello. Sotto l'ipotesi di moto unidimensionale, la velocitá di scarico u_e si puó scrivere dal bilancio:

$$\frac{1}{2} u_e^2 = \frac{1}{2} u_c^2 + c_p (T_c - T_e) \cong c_p T_c$$

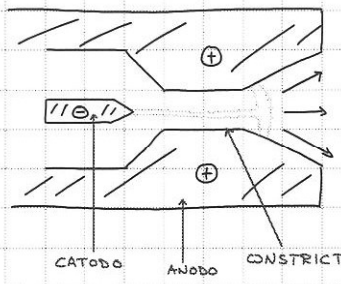
Vediamo come il c_p sia un fattore critico, che definisce l'entalpia totale che un fluido puó "acquistare" ad una data temperatura. L'idrogeno sarebbe un'ottima scelta (alto c_p nelle T di interesse e m molto basso), ma é difficile da tenere nel serbatoio per lunghi periodi. Perció, generalmente si usano l'idrazina (H_2N_4), che peró é tossica, o l'ammoniaca (NH_3).

(i) Resistojets ($I_{sp} \sim 200 \div 900$ s)

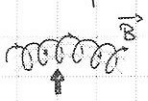


Sono i piú semplici, ma le u_e ottenibili non sono troppo alte. Il propellente viene scaldato tramite una resistenza presente in camera di combustione. Il fluido non tocca direttamente il filo metallico (che verrebbe, sennó, corroso).

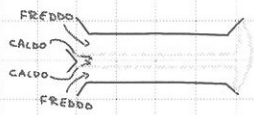
(ii) Arcjets ($I_{sp} \sim 700 \div \omega^3$ s con idrogeno)



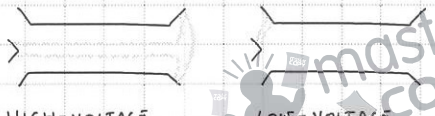
Sono piú performanti degli arcjets. Il gas viene scaldato da una scarica di corrente che si genera tra un catodo centrale (tipicamente conico) ed un anodo coassiale anulare. L'arco elettrico viene fatto passare attraverso il CONSTRICTOR, la cui funzione é quella di limitare i fenomeni legati alla "Kink-instability". Questo tipo di instabilitá é dovuta al fatto che le forze elettromagnetiche, generate dalla scarica, tendono ad amplificare le asimmetrie presenti nell'arco. Si osserva, peró, che facendo passare la scarica in un condotto lungo e stretto, la sca-



rica si stabilizza.
Inoltre, nel constrictor é presente un forte gradiente termico, in direzione radiale. La porzione piú esterna del flusso é, infatti, piú fredda e separa termicamente l'anodo dal flusso caldo di plasma (che potrebbe danneggiarlo). Ció massimizza, inoltre, il calore effettivamente ceduto al fluido.



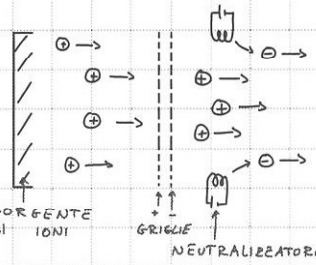
Il fatto che la scarica si "attacchi" dopo il constrictor é dovuto al fatto che se fosse piú corta (low voltage mode), le elevate correnti che si genererebbero scioglierebbero l'anodo. In high-voltage mode, invece, la scarica incontra una resistenza maggiore. Questo aspetto viene controllato regolando m. Infatti, la scarica si genera, al momento dell'accensione, al minimo ΔV ed alla minima distanza. L'arcjet opera, quindi, in low-voltage mode nella prima fase. Quindi, trasportata dal flusso di gas, la scarica si sposta verso la zona di espansione ed il ΔV aumenta, fino a stabilizzarsi in high-voltage mode. Siccome la corrosione dell'anodo é l'aspetto piú limitante, per la vita operativa dell'arcjet, il tempo di transizione tra le due modalitá é importante.



(2) Elettrostatici

In questo caso, il gas viene direttamente accelerato da un campo elettrico. Per questi propulsori é spesso usato lo Xeno (o il Kripton, visto che ora lo Xeno costa di piú). Lo Xeno é l'ultimo gas nobile stabile, in genere vengono usati i gas nobili perché sono piú facili da gestire. Tuttavia, lo Xeno é relativamente pesante e la massa molecolare diminuisce la v_e ottenibile. Ció non deve stupire siccome sappiamo che, in questo caso, la v_e ideale non é la massima possibile.
A questa categoria di propulsori appartengono i gridded ion thrusters (GIT) e gli Hall thrusters (HT), che differiscono per il meccanismo di generazione del campo elettrico e per la separazione di carica (presente solo nei GIT). In particolare, é differente il modo in cui le cariche interagiscono con il campo elettostatico.

(i) Gridded ion thrusters ($I_{sp} \sim 3000 \div 6000$ s)



Il plasma viene formato generalmente per bombardamento di elettroni (Kaufmann thruster) o tramite onde elettromagnetiche (radio-frequency ion thrusters, meno comuni). La camera di ionizzazione é chiusa da una griglia positiva, seguita da una negativa. Gli ioni fuoriescono dalle camera per diffusione e, trovandosi tra le due griglie, vengono accelerati. Gli elettroni sono, invece, collezionati da un anodo ed emessi, attraverso gli ioni uscenti, da un catodo (NEUTRALIZZATORE). Ció serve ad evitare che un eccesso di cariche positive fuori dalla camera tenda a riportare indietro gli ioni (responsabili della spinta).
Le griglie sono forate, per permettere il passaggio degli ioni, e