UNITÀ DI MISURA E PROPRIETÀ MACROSCOPICHE DEI FLUIDI

La materia può essere divisa in base alla reazione che oppone alle forze: solidi / fluidi

Il diverso comportamento è dovuto alla diversa struttura molecolare

Ciò che distingue i fluidi in liquidi e gas è la loro comprimibilità

IPOTESI DEL CONTINUO: se si considera un volume piccolissimo di fluido, che comprenda comunque un numero significativo di molecole, esso può essere schematizzato come un sistema continuo, all'interno del quale le proprietà variano con continuità nello spazio e nel tempo.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

DENSITÀ: $\rho = \frac{M}{V}$ $[kg/m^3]$

in un fluido omogeneo ρ non varia

in un fluido eterogeneo definisco la densità come $\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta M}{\Delta V}$

è lecito fare questa operazione grazie all'ipotesi del continuo

MASTER COPY PISA

PESO SPECIFICO: $\gamma = \frac{P}{V}$ $[N/m^3]$

quindi $\gamma = \rho \cdot g$

ρ e γ sono legate alla pressione p e alla temperatura θ dall'EQUAZIONE DI STATO

$\gamma, \rho = f(p, \theta)$

per i liquidi la dipendenza dalla pressione è trascurabile: $\gamma, \rho = f(\theta)$

inoltre per $0°C \leq \theta \leq 40°C$ anche la dipendenza da θ è piccola: $\gamma, \rho = cost.$

COMPRIMIBILITÀ: $dW = -\frac{W}{\varepsilon} \cdot dp$ con ε = modulo di elasticità volumica

Nella pratica si trascura la comprimibilità dell'acqua perchè ε è molto piccolo.

Nei fenomeni transitori invece è importante considerare la comprimibilità.

PRESSIONE: $p = \lim_{\delta A \to 0} \frac{\delta S_n}{\delta A}$ → sforzo normale alla superficie

i fluidi non possono sopportare sforzi di trazione, perciò $p > 0$ se è di compressione

PRESSIONE ATMOSFERICA: $p_{atm} = 101.325$ Pa

PRESSIONE RELATIVA: $p_r = p - p_{atm}$

negli esercizi si ragiona in termini di pressione relativa.

1 Bar = 10^5 Pa

1 at (atmosfera tecnica) = 1 Kgp/cm^3 = 0,97 atm

1 Atm = 101.325 Pa

1 Torr = 1 mmHg = 133,3 Pa

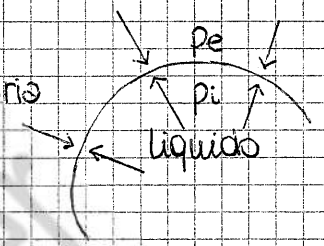
1 Atm = 760 mmHg

TENSIONE SUPERFICIALE: $S = \frac{F}{L}$

se si supponesse di tagliare la superficie del liquido per una lunghezza L, allora la tensione superficiale S sarebbe la forza F per unità di lunghezza necessaria per mantenere a contatto tra loro i due labbri del taglio.

Per l'acqua: $S = 0{,}07\ N/m$

La tensione superficiale è all'origine della forma geometrica simil sferica delle gocce: per minimizzare la sua energia la massa liquida si dispone in modo tale che la superficie sia minima.



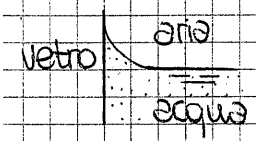
FORMULA DI LAPLACE: $\Delta p = p_i - p_e = S\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

con R_1 e R_2 i raggi principali di curvatura

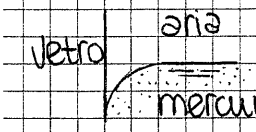
Per una goccia sferica: $\Delta p = \frac{2S}{r}$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

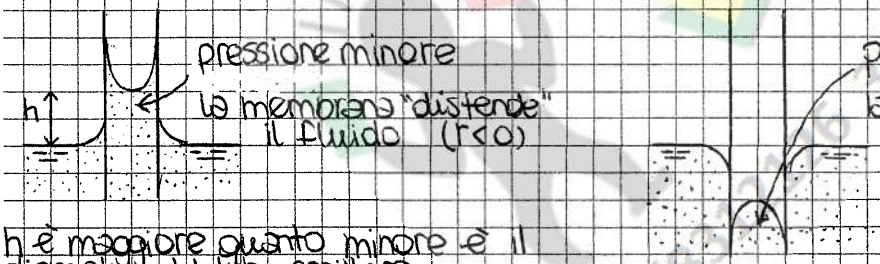
FENOMENI CAPILLARI:



prevalgono le forze di adesione tra liquido e solido; si dice che il liquido "bagna la parete.



prevalgono le forze di coesione; il liquido non bagna la parete.



h è maggiore quanto minore è il diametro del tubo capillare

LEGGE DI BORELLI o DI JURIN: $h \cdot d = cost$

nel caso dell'acqua: $h \cdot d = 30$

VISCOSITÀ:

La viscosità μ è definita come la tensione tangenziale che un fluido oppone allo scorrimento tra due strati di fluido; è in pratica l'attrito interno.

sforzo tangenziale: $\tau = \mu \cdot \frac{dv}{dy}$ (legge di Newton)

- viscosità dinamica: μ $[N \cdot S/m^2]$
- viscosità cinematica: $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

NO SLIP CONDITION: lo strato di fluido a contatto con una superficie solida si muove alla stessa velocità della superficie.

IDROSTATICA

L'idrostatica studia l'equilibrio dei liquidi in quiete.

Poiché nel liquido non si verificano deformazioni della massa fluida, lo sforzo interno in qualsiasi punto non ammette componenti tangenziali, ma solo componenti normali: il modulo degli sforzi normali si definisce pressione (p).

FORZE DI MASSA: sono dovute alla presenza di un campo e sono direttamente proporzionali alla massa del fluido

$$F = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta V \cdot \rho}$$

esempi: forze gravitazionali e forze di inerzia.

FORZE DI SUPERFICIE: $dS = \Phi_n \cdot dA$

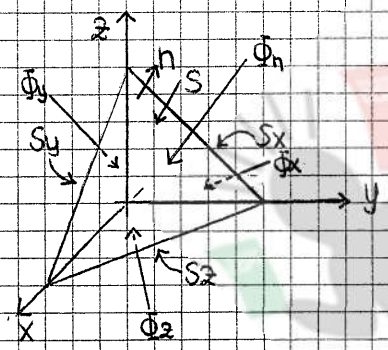
Φ_n: sforzo normale che agisce sull'elemento infinitesimo dA - pressione

dS: spinta elementare sull'area dA - forza

TEOREMA DI CAUCHY: $\Phi_n = \Phi_{xx} = \Phi_{yy} = \Phi_{zz} = p$

dimostrazione:

Prendo un volumetto di fluido di forma tetraedrica ed impongo l'equilibrio:



$$\rho F \Delta V - \rho \frac{\partial v}{\partial t} \Delta V + \Phi_n \cdot S + \Phi_x \cdot S_x + \Phi_y \cdot S_y + \Phi_z \cdot S_z = 0$$

dove: F: forza per unità di massa

$\frac{dv}{dt}$: forza d'inerzia per unità di massa

ΔV: volume del tetraedro

$$\begin{cases} S_x = -l_1 \cdot S \\ S_y = -l_2 \cdot S \\ S_z = -l_3 \cdot S \end{cases}$$

con l_1, l_2 e l_3 i coseni direttori di n

↳ li prendo col - perché n è entrante invece che uscente (x, y e z sono uscenti)

$$\rho F \frac{\Delta V}{S} - \rho \frac{\partial v}{\partial t} \frac{\Delta V}{S} + \Phi_n \cdot \delta - \Phi_x \cdot l_1 \delta - \Phi_y l_2 \delta - \Phi_z l_3 \delta = 0$$

$$\lim_{\Delta V \to 0} \ldots = \Phi_n - \Phi_x l_1 - \Phi_y l_2 - \Phi_z l_3 = 0 \quad ; \quad \Phi_n = \Phi_x l_1 + \Phi_y l_2 + \Phi_z l_3$$

$$\begin{cases} \Phi_{nx} = \Phi_{xx} l_1 + \Phi_{yx} l_2 + \Phi_{zx} l_3 \\ \Phi_{ny} = \Phi_{xy} l_1 + \Phi_{yy} l_2 + \Phi_{zy} l_3 \\ \Phi_{nz} = \Phi_{xz} l_1 + \Phi_{yz} l_2 + \Phi_{zz} l_3 \end{cases}$$

Per un fluido in quiete gli sforzi di taglio sono nulli: $\Phi_{ij} = 0$ per $i \neq j$

$$\begin{cases} \Phi_{nx} = \Phi_{xx} l_1 = \Phi_n \cdot l_1 \\ \Phi_{ny} = \Phi_{yy} l_2 = \Phi_n \cdot l_2 \\ \Phi_{nz} = \Phi_{zz} l_3 = \Phi_n \cdot l_3 \end{cases}$$

Quindi $\Phi_n = \Phi_{xx} = \Phi_{yy} = \Phi_{zz} = p$

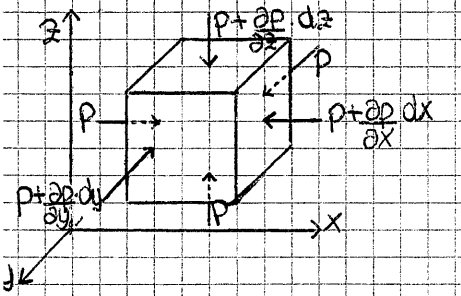
PRINCIPIO DI ISOSTASIA DELLE PRESSIONI:

Per un fluido reale lo sforzo in un punto è sempre diretto come la normale al piano passante per il punto e non dipende dall'orientamento del piano.

In altre parole: lo sforzo in un punto è uguale in tutte le direzioni

EQUAZIONE INDEFINITA DELLA STATICA: $\rho F = \text{grad}\, p$

dimostrazione:



F: forza di massa per unità di massa, di componenti F_x, F_y e F_z

$$\text{forza di massa totale} = \begin{cases} \rho F_x \, dx\, dy\, dz \\ \rho F_y \, dx\, dy\, dz \\ \rho F_z \, dx\, dy\, dz \end{cases} \quad dx\,dy\,dz: \text{volume del cubo}$$

$$\text{forza di superficie totale} = \begin{cases} p\,dy\,dz - (p + \delta p/\delta x\, dx)\,dy\,dz = -\delta p/\delta x\, dx\,dy\,dz \\ p\,dx\,dz - (p + \delta p/\delta y\, dy)\,dx\,dz = -\delta p/\delta y\, dx\,dy\,dz \\ p\,dx\,dy - (p + \delta p/\delta z\, dz)\,dx\,dy = -\delta p/\delta z\, dx\,dy\,dz \end{cases}$$

$dx\,dy$: area della faccia; $dx\,dy\,dz$: volume

impongo l'equilibrio:

$$\begin{aligned} \delta p/\delta x &= \rho F_x \\ \delta p/\delta y &= \rho F_y \\ \delta p/\delta z &= \rho F_z \end{aligned}$$

che significa appunto $\rho F = \text{grad}\, p$

EQUAZIONE FONDAMENTALE DELL'IDROSTATICA: $\frac{p}{\gamma} + z = \text{cost}$

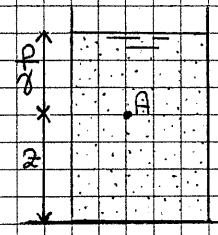
dimostrazione:

Il potenziale del campo gravitazionale può scriversi come: $\varphi = -gz + \text{cost}$

Sapendo che $F = \text{grad}\,\varphi$ ottengo $-\rho g\, \text{grad}\, z = \text{grad}\, p$

pongo $\rho g = \gamma = \text{cost}$ ← fluido incomprimibile

$$-\gamma\, \text{grad}\, z = \text{grad}\, p \rightarrow \frac{\text{grad}\, p}{\gamma} + \text{grad}\, z = 0 \xrightarrow{\gamma = \text{cost}} \text{grad}\left(\frac{p}{\gamma} + z\right) = 0 \rightarrow \frac{p}{\gamma} + z = \text{cost}$$

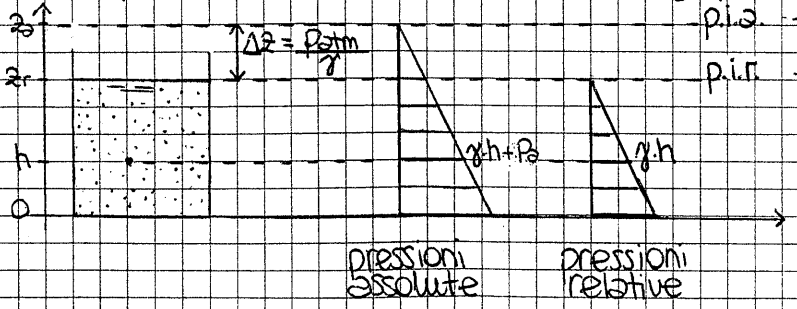


p/γ: altezza piezometrica

z: altezza geometrica

$z + p/\gamma$: quota piezometrica

PIANO DEI CARICHI IDROSTATICI ASSOLUTI E RELATIVI



p.i.a. → $z_a = \frac{p_r}{\gamma} + \frac{p_{atm}}{\gamma} + z$

p.i.r. → $z_r = \frac{p_r}{\gamma} + z$

EQUAZIONE GLOBALE DELL'EQUILIBRIO STATICO: $G + \Pi = 0$

L'equazione indefinita di equilibrio $\rho F = \text{grad } p$ rappresenta una condizione locale. Nelle applicazioni idrauliche è bisogno di studiare l'equilibrio globale di un volume finito di fluido

integro l'equazione indefinita su un volume di fluido:

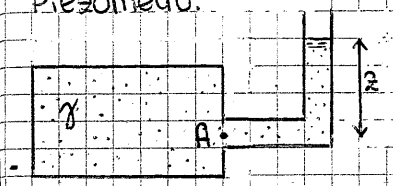
$$\int_W \rho F \, dW = \int_W \text{grad } p \, dW \rightarrow \underbrace{\int_W \rho F \, dV}_{\text{risultante delle forze di massa}} + \underbrace{\int_A p \, n \, dA}_{\text{risultante delle forze di superficie}} = 0$$

risultante delle forze di massa: cioè è il peso G del volume W

risultante delle forze di superficie: cioè la spinta Π che la superficie A esercita sul volume W

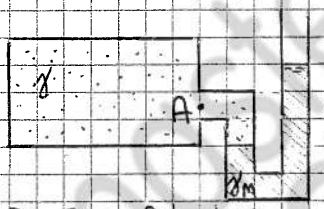
MISURA DELLE PRESSIONI

Piezometro:



$p_A = p_{atm} + \gamma \cdot z$

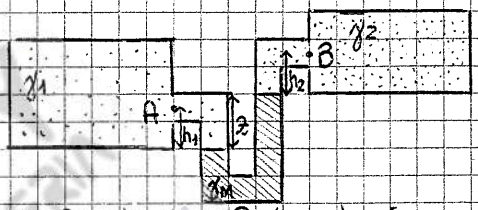
Manometro semplice:



$p_A = p_{atm} + z\gamma_M - h \cdot \gamma$

▨: liquido manometrico (mercurio ad esempio)

Manometro differenziale:



$p_A - p_B = h_2 \cdot \gamma_2 + z \cdot \gamma_M - h_1 \cdot \gamma_1$

PRINCIPIO DI PASCAL:

Una qualsiasi variazione di pressione provata in un qualsiasi punto di una massa fluida in equilibrio si trasmette in modo inalterato in qualsiasi altro punto della massa fluida stessa.

SPINTA SU SUPERFICI PIANE ORIZZONTALI

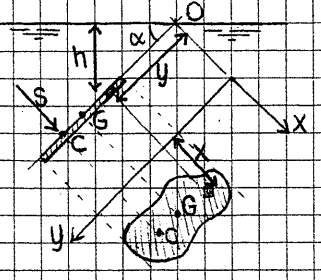
G: baricentro

C: centro di spinta: punto nel quale può essere considerata applicata la risultante delle forze di pressione.

$G = C$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

SPINTA SU SUPERFICI PIANE INCLINATE



$$dS = \gamma \cdot h \cdot dA \quad ; \quad S = \int_A \gamma h \, dA = \gamma \cdot h_G \cdot A = \gamma \, y_G \sin\alpha \, A$$

$$S \cdot y_c = \int_A \gamma \, y \, h \, dA = \gamma \int_A y^2 \sin\alpha \, dA = \gamma \sin\alpha \, J_x$$

$$S \cdot x_c = \int_A \gamma \, x \, h \, dA = \gamma \int_A x \, y \sin\alpha \, dA = \gamma \sin\alpha \, J_{xy}$$

$$y_c = \frac{\gamma \sin\alpha \, J_x}{S} = \frac{\gamma \sin\alpha \, J_x}{\gamma \sin\alpha \, y_G A} = \frac{J_x}{y_G \cdot A} = \frac{J_{xG} + y_G^2 \cdot A}{y_G \cdot A} = \frac{J_{xG}}{y_G \cdot A} + y_G$$

$$x_c = \frac{\gamma \sin\alpha \, J_{xy}}{S} = \frac{\gamma \sin\alpha \, J_{xy}}{\gamma \sin\alpha \, y_G A} = \frac{J_{xy}}{y_G \cdot A} = \frac{J_{xGyG} + x_G y_G A}{y_G A} = \frac{J_{xGyG}}{y_G \cdot A} + x_G$$

poiché $G \neq C$ la spinta dell'acqua tende a far ruotare il corpo spingendolo in posizione orizzontale