INDICE

1 SISTEMI DINAMICI
2 FORMA CANONICA DI CONTROLLO
4 LINEARIZZAZIONE
5 SOLUZIONE DEI SISTEMI LINEARI
7 FORMA DI JORDAN
9 MODI DEI SISTEMI LTITC IN EVOLUZIONE LIBERA
12 MODI DEI SISTEMI LTITD IN EVOLUZIONE LIBERA
14 STABILITÀ DEI SISTEMI LINEARI
15 CRITERI DI STABILITÀ T. C.
17 CRITERI DI STABILITÀ T. D.
18 RISPOSTE FORZATE DEI SISTEMI LINEARI
18 SISTEMI TEMPO CONTINUO
20 SISTEMI TEMPO DISCRETO
21 F.D.T. PER SISTEMI LINEARI
22 TRASFORMATE $\mathcal{L}$
23 TRASFORMATE $\mathcal{Z}$
25 RISPOSTE FORZATE A INGRESSI U(t) TIPICI
26 SISTEMI DEL 1° ORDINE
27 SISTEMI DEL 2° ORDINE
28 ZERI
29 RISPOSTA ARMONICA
30 FORME DI RAPPRESENTAZIONE DI SISTEMI LINEARI
31 RAPPRESENTAZIONI GRAFICHE
31 DIAGRAMMI DI BODE
32 CONTRIBUTI SUI DIAGRAMMI DI BODE
35 DEFINIZIONI SUI DIAGRAMMI DI BODE
36 DIAGRAMMA DI NYQUIST (POLARE)
37 RETROAZIONE
37 ROBUSTEZZA ALLE VARIAZIONI PARAMETRICHE
38 REIEZIONE DEI DISTURBI
39 ERRORE A REGIME
40 STABILITÀ IN RETROAZIONE
43 PROGETTO DEL CONTROLLORE C(s)
44 APPROSSIMAZIONE DI $G_c(s)$ A SISTEMI DI ORDINE 1 O 2
46 SPECIFICHE TECNICHE IN $\mathcal{L}(s)$
48 LUOGO DELLE RADICI
49 PROPRIETÀ DEL LUOGO DELLE RADICI
50 PROGETTO DI C(s) STABILIZZANTE SUL ROOT LOCUS
50 CONTORNO DELLE RADICI
51 AZIONI CORRETTRICI
51 AZIONE ANTICIPATRICE
51 AZIONE ATTENUATRICE
52 CONTROLLORE REALE

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

master
COPY
COPISTERIA
050/8312126 388/9837745

SISTEMI DINAMICI

OGNI SISTEMA FISICO PUÒ ESSERE SCRITTO NELLA FORMA

$$F\left(y, Dy, D^2y, \dots, D^n y, u, Du, D^2u, \dots, D^m u, t\right) = 0 \quad \text{FORMA IMPLICITA}$$

E DA QUESTA

$$D^n y = \hat{F}\left(y, Dy, D^2y, \dots, D^{n-1}y, u, Du, D^2u, \dots, D^m u, t\right) \quad \text{FORMA NORMALE}$$

$D^n y = \dfrac{d^n}{dt^n} y(t)$ IN TEMPO CONTINUO

$D^n y = y(t+n)$ IN TEMPO DISCRETO $\left(Dy = y(t+1) = y^+\right)$

SE $n \geq m$ IL SISTEMA È CAUSALE (E FISICAMENTE POSSIBILE)

SE $n > m$ IL SISTEMA È STRETTAMENTE CAUSALE

SE $n \geq m$ IL SISTEMA DI GRADO n SI PUÒ SCRIVERE COME

$$Dx = f(x, u, t)$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n$$

$\begin{cases} x: \text{STATI DEL SISTEMA} \\ y: \text{USCITE DEL SISTEMA} \\ u: \text{INGRESSI DEL SISTEMA} \end{cases}$

SI PASSA DA UNA EQUAZIONE DIFFERENZIALE DI GRADO n AD n EQUAZIONI DIFFERENZIALI DI GRADO 1

$$\begin{cases} Dx = f(x, u, t) \\ y = h(x, u, t) \end{cases} \quad \text{FORMA DI STATO}$$

CASO GENERALE

$$x(t) = \begin{bmatrix} y \\ Dy \\ D^2y \\ \vdots \\ D^{n-1}y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$Dx(t) = \begin{bmatrix} Dy \\ D^2y \\ \vdots \\ D^n y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ Dx_n \end{bmatrix}$$

QUINDI IN GENERE

$$\begin{cases} y(t) = x_1 \\ D^n y(t) = Dx_n = \hat{F}\left(y, \dots, D^{n-1}y, u, \dots, D^m u, t\right) \end{cases}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

SISTEMA STRETTAMENTE CAUSALE

$$\begin{cases} Dx = f(x,u,t) \\ y = h(x,t) \end{cases}$$ u COMPARE IN y SOLO ATTRAVERSO x

SISTEMA STAZIONARIO

$$\begin{cases} Dx = f(x,u) \\ y = h(x,u) \end{cases}$$

SISTEMA LINEARE E STAZIONARIO

$$D^n y = -\sum_0^{n-1} a_i D^i y + \sum_0^m b_i D^i u$$

SI HANNO QUINDI n SOLUZIONI OMOGENEE LE CUI COMBINAZIONI LINEARI DESCRIVONO TUTTI I MODI DEL SISTEMA IN MOVIMENTO LIBERO

$$\begin{cases} Dx = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

A: MATRICE DINAMICA
DESCRIVE LA DINAMICA DEL SISTEMA

FORMA CANONICA DI CONTROLLO

CASO m=0

$$D^n y = -\sum_0^{n-1} a_i D^i y + u$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} Dx_1 \\ Dx_2 \\ Dx_3 \\ \vdots \\ Dx_{n-1} \\ Dx_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ Dx = A \quad x + B \quad u \end{cases}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + 0 \cdot u$$

$$y = C \quad x + D \quad u$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

CASO $m \neq 0$ $m < n$ $\quad D^n y = -\sum_0^{n-1} a_i D^i y + \sum_0^m b_i D^i u$

$$\begin{cases} Dx = Ax + Bu \\ y = \underbrace{[b_0\ b_1\ b_2 \cdots b_m\ 0 \cdots 0]}_{C} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}}_{x} + \underbrace{0 \cdot u}_{Du} \end{cases}$$

COME NEL CASO PRECEDENTE CAMBIA SOLO C

$y = C \quad x + Du$

CASO $m = n$ $\quad D^n y = -\sum_0^{n-1} a_i D^i y + \sum_0^n b_i D^i u$

$$\begin{cases} Dx = Ax + Bu \\ y = \underbrace{[b_0 - b_n a_0 \quad b_1 - b_n a_1 \cdots b_{n-1} - b_n a_{n-1}]}_{C} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}}_{x} + \underbrace{b_n u}_{Du} \end{cases}$$

COME NEL CASO PRECEDENTE CAMBIANO SOLO C E D

$y = C \quad x + Du$

DATO IL SISTEMA IN TEMPO CONTINUO IN FORMA DI STATO

$$\begin{cases} Dx = A_c x + B_c u \\ y = C_c x + D_c u \end{cases}$$

A_c, B_c, C_c, D_c MATRICI IN T.C.

FORMA DI STATO IN TEMPO DISCRETO $\quad \left(\begin{matrix} x(k+1) = x^+ \\ x(k) = x \end{matrix} \right)$

$$\begin{cases} x^+ = A_D x + B_D u \\ y = C_D x + D_D u \end{cases}$$

A_D, B_D, C_D, D_D MATRICI IN T.D.
T : TEMPO DI CAMPIONAMENTO

$$A_D = I + A_c \cdot T \quad ; \quad B_D = B_c \cdot T$$

DIMOSTRAZIONE $\quad \dot{x} = \frac{x^+ - x}{T} = A_c x + B_c u$

$$x^+ = (A_c x + B_c u) T + x$$

$$x^+ = (A_c T + I) x + B_c T \cdot u$$

LA DIFFERENZA n-m VIENE DETTA GRADO RELATIVO DEL SISTEMA

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745