Sommario

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

INTRODUZIONE AI SISTEMI DINAMICI 3

Modelli ed esempi di Sistemi 4
Trasferimento di Risorse 4
Transizione tra stati 8
Modelli di Influenza 10
Modelli fisici 12

Richiamo di Algebra 14

Richiamo di Automatica 15

DEFINIZIONE FORMALE DI SISTEMA 21

CONCETTO DI SISTEMA 21

Sistema a stato vettore 27
Tempo Continuo 28
Tempo Discreto 29

MOVIMENTO DEI PUNTI DI EQUILIBRIO 29

Raggiungibilità 31

Osservabilità o Ricostruibilità 32

PROPRIETÀ STRUTTURALI SISTEMI DINAMICI LINEARI 34
Dimostrazione nel tempo discreto 38
Dimostrazione nel tempo continuo 39

Successione di Peano 46
Stazionarietà 48

Autospazi funzioni di matrici 49

Sequenze di Krylov 50

Polinomio annullatore 55

Matrici di Jordan 63

Modi Propri del sistema 79

Poli Dominanti 84

Equivalenza algebrica tra sistemi dinamici 88

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Teoremi di Lyapunov **99**

Metodo indiretto di Lyapunov (o Metodo linearizzato) **102**

Metodo diretto di Lyapunov **103**

Teorema dell'insieme invariante massimo o teorema di Lasalle **112**

Ciclo limite **125**

Sistemi tempo varianti **131**

RAGGIUNGIBILITÀ E OSSERVABILITÀ DEI SISTEMI LINEARI **135**

Raggiungibilità **135**
Sistemi Lineari Tempo Invarianti Tempo Continui (SLTITC) 135
Sistema Lineare Tempo Invariante Tempo Discreto (SLTITD) 140

Controllabilità all'origine **142**
Sistema Lineare Tempo Invariante Tempo Discreto (SLTITD) 142
Forma canonica di controllo 151

Osservabilità **155**
Sistemi Lineari Tempo Invarianti Tempo Discreto (SLTITD) 157

Ricostruibilità **158**

Scomposizione canonica di Kalman **167**

Stabilità esterna o Stabilità BIBO **169**

Connessione di sistemi **176**
Connessione in serie 176
Connessione in parallelo 177

Esercizio 1 ..... **193**

Esercizio 2 ..... **201**

Esame 17/09/2018 es. 2 ..... **202**

Esame 03/02/2017 es. 1 ..... **204**

Esame 12/12/2017 es. 2 ..... **206**

Esame 03/07/2017 es. 1 ..... **209**

master copy COPISTERIA 050/8312126 388/9837745

Introduzione ai sistemi dinamici

Cos'è l'automatica?
È un insieme di discipline che forniscono strumenti per la specifica, l'analisi, il progetto e la gestione di sistemi automatici di controllo.
Gli strumenti saranno sia matematici che tecnologici.

L'automatica cercherà di definire, ma anche risolvere, un problema sul controllo.

Cos'è un problema di controllo?
È un problema in cui vogliamo controllare un certo sistema, che non sappiamo ancora bene cosa sia, al fine che quest'ultimo abbia il comportamento desiderato.

Tutto ciò che c'è in mezzo a una "causa" e ad un "effetto" si chiama **sistema**.



Non è sempre facile capire quali sono le cause e quali gli effetti, anche perché ci possono essere cause diverse.
Questo accade soprattutto quando ho tante uscite e tanti ingressi di sistema, tali sistemi sono detti **sistemi MIMO**.

Tra gli ingressi possibili distinguiamo:
- Azioni di controllo;
- Disturbi;

Tale sistema lo indicheremo con la funzione $G(s)$.
In base all'informazione ricevuta dal sistema avrò una certa uscita che verrà confrontata con l'uscita desiderata, e tramite azioni di controllo miglioro il mio sistema in funzione dell'uscita che voglio ottenere. Tutto ciò devo farlo cercando di attenuare gli effetti di questi disturbi.

Quand'è che definiamo un sistema robotico?
Parliamo di sistemi robotici quando c'è:
- Una struttura meccanica;
- Attuatori (per muovere la struttura meccanica);
- Sensori (per leggere le informazioni del sistema);
- Sistema di alimentazione;
- Sistema di controllo;

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

<u>IL PROBLEMA È CHE NON SI POSSONO FARE QUESTE 5 RIGHE INDIPENDENTEMENTE L'UNA DALL'ALTRA.</u>

Modelli ed esempi di Sistemi

Facciamo un po' di esempi di tipologie di sistema.

Trasferimento di Risorse

La risorsa è il nostro concetto di interesse, è quella cosa che ci interessa formalizzare.
Possono essere risorse umane, beni, servizi, CPU, etc.

Cos'è una risorsa?
Una risorsa, di fatto, è caratterizzata da una certa qualità.
Definisco una certa qualità che può essere, per esempio, per i quaderni, a righe o a quadretti, quindi tutti i quaderni a quadretti appartengono a una certa risorsa, tutti i quaderni a righe appartengono a un'altra risorsa.
Le qualità possono essere diverse (dimensione, colore, ecc.).

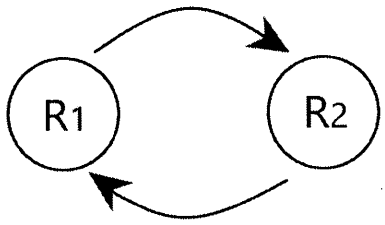
Dov'è la dinamicità?
Nel trasferimento delle risorse.

Gli elementi di una risorsa sono indistinguibili, ma non ci interessano gli elementi in sé quanto modellare il fatto che alcuni di questi elementi possono passare, cambiando qualità, a un'altra risorsa.
Ci interessa avere un'idea nell'insieme.

Queste risorse, di fatto, sono divise in **compartimenti**, che sono dei concetti logici. Le risorse possono migrare tra compartimenti in conseguenze di qualcosa, una causa.
Questo rende però il sistema dinamico, ossia il sistema evolve, le risorse evolvono andando da un compartimento all'altro.

Se questi trasferimenti di risorse, in conseguenza degli eventi, avvengono soltanto a causa delle risorse stesse, il sistema si dice *isolato*.
Se invece ci sono degli eventi esterni, questi vengono detti *variabili indipendenti* dalle risorse.

Come si rappresentano questi modelli?
Tipicamente con dei grafi, dove i nodi saranno i compatimenti e gli archi sono i trasferimenti di risorse:



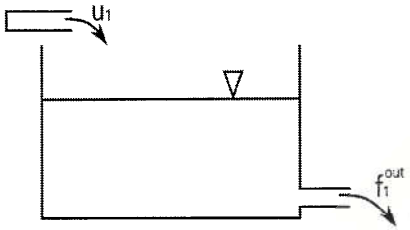
Quando si parla di trasferimenti continui di risorse, il nome cambia leggermente che è **modelli di flusso continuo**.
Quello che succede è come se stessi modellando un serbatoio, in cui deve esserci un certo bilanciamento.

Se indico con 'i' il compartimento e con x_i la quantità di risorsa che c'è in un compartimento, la variazione della quantità di risorsa è uguale a quanto flusso entra meno quanto flusso esce:

$$\dot{x}_i(t) = \frac{dx_i(t)}{dt} = f_i^{in}(t) - f_i^{out}(t)$$

Questo è il caso dei flussi continui.

Es: reti di distribuzione

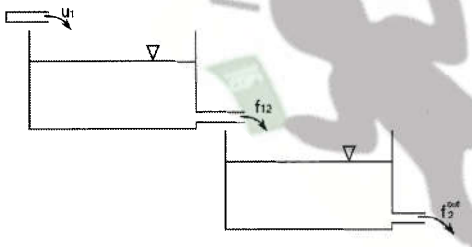


Compartimento = serbatoio;
Risorsa = liquido;

x_i = volume di liquido nel serbatoio (volume);

$$\dot{x}_1(t) = u_1(t) - f_1^{out}(t)$$

Se ne complichiamo le cose inserendo due serbatoi in serie:



$$\dot{x}_1(t) = u_1(t) - f_{12}(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = f_{12}(t) - f_2^{out}(t)$$

Es:

Prendiamo l'esempio classico degli uffici delle risorse umane.
Abbiamo un ufficio con 3 livelli stipendiali e per ciascuno 2 livelli di competenze ("Competente" e "Incompetente").
La risorsa in questo caso sono le persone.

Dobbiamo prima di tutto dare gli stati del sistema:
x_1 = numero di incompetenti al 1° livello stipendiale;
x_2 = numero di competenti al 1° livello stipendiale;
x_3 = numero di incompetenti al 2° livello stipendiale;
x_4 = numero di competenti al 2° livello stipendiale;

master cosy corsi 050/8312126 388/9837145