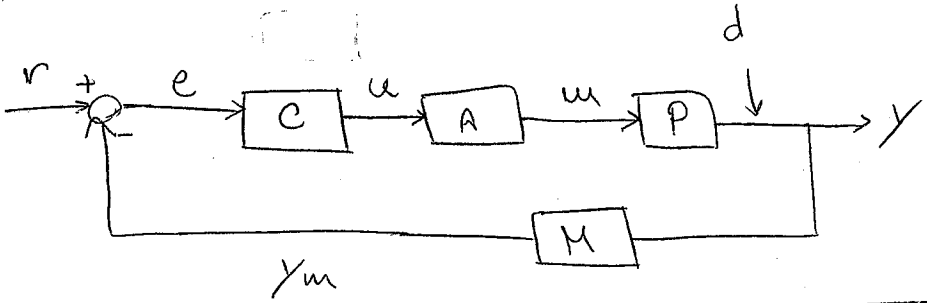
ATTUATORI E MISURATORI



master COPY

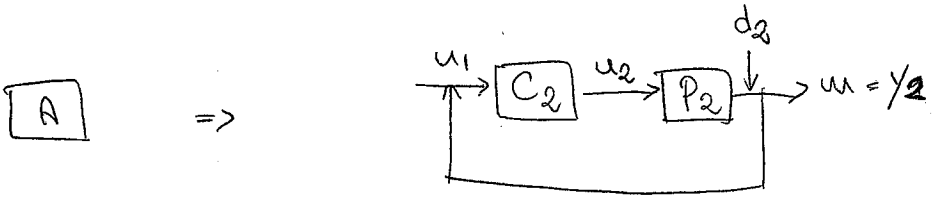
A — Dinamica di attuatore

M — Dinamica di misurazione

m = ingresso fisico di controllo

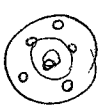
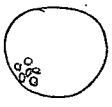
y_m = uscita misurata

- Alcuni attuatori, come le valvole, sono dotati di posizionatore o elementi di controllo, che agiscono come un loop interno in schema in cascata:



- Per misurare si deve trasformare il segnale da analogico a digitale, per questa conversione è necessario avere il CAMPIONAMENTO, la CONVERSIONE A/D, la TRASMISSIONE, eventuale PROCESSAZIONE tramite FILTRAGGIO, AMPLIFICAZIONE, ...

y_m può essere diversa da y, se vi sono errori o ritardi.

ACCURATEZZA = $\bar{x} \simeq x_{reale}$  ; PRECISIONE = σ^2 piccola  cioè ripetibilità

SISTEMA o PROCESSO:

è un oggetto nel quale interagiscono delle variabili per generare quantità osservabili, delle uscite.

Un processo è influenzato da degli stimoli esterni, alcuni manovrabili (MVs), altri no (disturbi DVs), i quali a loro volta sono misurabili o non misurabili direttamente.

I disturbi non misurabili sono noti per i loro effetti sulla variabile in uscita.

master COPY

FORMA DI UN SISTEMA:

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{dx}{dt} = f(x,u,t) \\ x(t_0) = x_0 \\ y = h(x,u,t) \end{cases}$$

- Se ho un sistema che analizzo a parametri concentrati (zero - dimensionale) ho EQ. DIFFERENZIALI ORDINARIE, altrimenti a parametri distribuiti ho EQ. DIFF. ALLE DERIVATE PARZIALI.

La soluzione del sistema può essere: ANALITICA (esatta) oppure NUMERICA (caso particolare, con approssimazioni).

master COPY

- Sist. lineare se: $S(\alpha u_1 + \beta u_2) = \alpha y_1 + \beta \cdot y_2$
- Sist. causale se: $\forall u(\cdot)$ t.c. $u(t) \equiv \bar{u}(t)$ per $t \in [0,T]$ allora $y(t) \equiv \bar{y}(t)$ per $t \in [0,T]$.

  Sist. lineari sono causali.
- Integrazione e derivazione sono operatori LINEARI.

CONCETTI FONDAMENTALI

- Controllore PID:

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + K_I \int_0^t e(\tau)\,d\tau + K_D \cdot \frac{de(t)}{dt} =$$

$$= K_c \cdot \left(e(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t e(\tau)\,d\tau + \tau_D \cdot \frac{de(t)}{dt} \right)$$

$e(t)$: PARTE PROPORZIONALE

$\frac{1}{\tau_I} \int_0^t e(\tau)\,d\tau$: PARTE INTEGRALE

$\tau_D \cdot \frac{de(t)}{dt}$: PARTE DERIVATIVA

$$\Rightarrow u(s) = K_c \cdot e(s) \left[1 + \frac{1}{\tau_I \cdot s} + \tau_D \cdot s \right]$$

↳ CONTROLLORE

- Ingressi tipici:

Step → $s_A = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ A & t \geq t_0 \end{cases}$ lo step è l'integrale dell'impulso

Rampa → $r_A = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ A(t-t_0) & t \geq t_0 \end{cases}$ la rampa è l'integrale dello step

Impulso → $\delta_A = \begin{cases} 0 & t \neq t_0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\,dt = A & t = t_0 \end{cases}$

Sinusoid → $\sim_A = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ A \sin(\omega t) & t \geq t_0 \end{cases}$

$$y(r_A) = \int y(s_A) \;;\quad y(\delta_A) = \frac{dy(s_A)}{dt} \;;$$

$$y(s_A) = \int y(\delta_A) = \frac{dy(r_A)}{dt}$$

→ L'uscita è legata allo stesso modo dell'entrata

SISTEMI DI 1° ORDINE

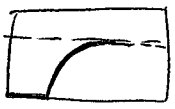
$$\tau \cdot \frac{dy}{dt} + y = K\,u(t)$$

K → guadagno del sistema

dove τ e K sono i parametri del sistema.

Soluzione: (per $y(0)=0$, $t_0=0$)

a) Step response → $y(t) = K \cdot A\left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$



b) Impulse response → $y(t) = \frac{K \cdot A}{\tau}\left(e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

c) Ramp response → $y(t) = \frac{K \cdot A}{\tau}\left[t + \tau e^{-\frac{t}{\tau}} - \tau\right]$

- τ è un tempo caratteristico, più è grande più il sistema è LENTO.
- K è il guadagno del sist. di 1° ordine, più è grande più la risposta è AMPLIFICATA.
- Integrating case: $\frac{1}{\tau} \to 0$ ⇒ POLO IN ZERO

$$\frac{dy}{dt} = \frac{K \cdot u(t)}{\tau} = K' \cdot u(t)$$

(es. $u(t) = A \Rightarrow y(t) = K' \cdot A \cdot t$)

Su Matlab:

•) Dominio del tempo: ① → conosco la funzione uscita e ne faccio il grafico al variare di t come vettore tempo discretizzato.

oppure ② → conosco l'eq. differenziale ed esplicito $y' = f(t,y)$ e ottengo un vettore dei tempi e uno delle corrispondenti uscite se risolvo con ode45

SISTEMI DI 2° ORDINE

$$\tau^2 \cdot \frac{d^2y}{dt^2} + 2 \cdot \tau \cdot \xi \frac{dy}{dt} + y = K \cdot u(t)$$

(K → guadagno)

K, τ, ξ } parametri del sistema

Risposta al GRADINO:

- Se $\xi < 1$: $y(t) = \underbrace{K \cdot A}_{\text{sol. pont.}} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi}{\tau} \cdot t} \cdot \sin(\omega t + \phi) \right]$

(SOTTOSMORZATO) ⇓ $p_1 = p_2 < 0$

dove $\omega = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}$ e $\phi = \arctan \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$

- Se $\xi = 1$: $y(t) = \underbrace{K \cdot A}_{\text{sol. pont}} \cdot \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{t}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right]$

(CRITICAMENTE SMORZATO) ⇓ p_1, p_2 complessi

- Se $\xi > 1$: $y(t) = K \cdot A \left[1 - \frac{\xi + \Delta}{2\Delta} e^{\left(-\frac{\xi - \Delta}{\tau}\right)t} + \right.$ (p_1)

$\left. + \frac{\xi - \Delta}{2\Delta} \cdot e^{\left(-\frac{\xi + \Delta}{\tau}\right)t} \right]$ (p_2)

(SOVRASMORZATO) ⇓ $p_1, p_2 < 0$ reali

master COPY

Su Matlab:

•) Dominio del tempo → conosco l'eq. differenziale, creo un sistema lineare

⇒ trasformo l'eq. di 2° ordine in 2 eq. di 1° ordine

⇒ $x = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix}$; $\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \ddot{y} \end{bmatrix}$

e $\boxed{\dot{x} = Ax + Bu}$

definisco le matrici A e B che ho già calcolato e faccio risolvere con ode45 l'equazione sopra.