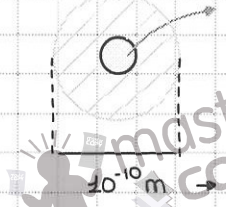
ELETTROSTATICA

Coulomb diede un importante contributo per la scoperta della carica elettrica, tanto che l'unità di misura della carica elettrica coincide con il Coulomb.

STRUTTURA DELLA MATERIA

La materia è costituita da atomi



Nucleo, in cui è concentrata la maggior parte della massa e in cui sono presenti protoni e neutroni

10^{-15} m → dimensioni nucleo

10^{-10} m → dimensioni atomo

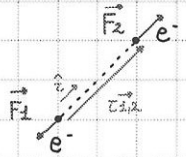
Gli elettroni e i protoni sono fra di loro soggetti ad una forza attrattiva diretta lungo la loro congiungente



La forza $\vec{f}$ ha un'intensità direttamente proporzionale ad una costante e inversamente proporzionale al quadrato della distanza

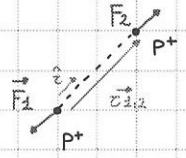
$$\vec{f} = \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}_{\approx 9\cdot 10^9 \frac{N}{C^2}m^2} \frac{\overbrace{q^2}^{(1,6\cdot 10^{-19}C)^2}}{|\vec{r}|^2} \cdot \hat{r}$$

Al pari della gravitazione universale, in questo caso abbiamo elettroni e protoni che esercitano tra di loro forze, in particolare:

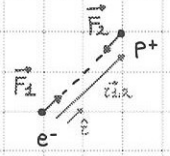


$$\vec{F_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{(-1,6\cdot 10^{-19}C)^2}{|\vec{r}_{1,2}|^2} \cdot \hat{r} = -\vec{F_1}$$

(Carica elettrone)



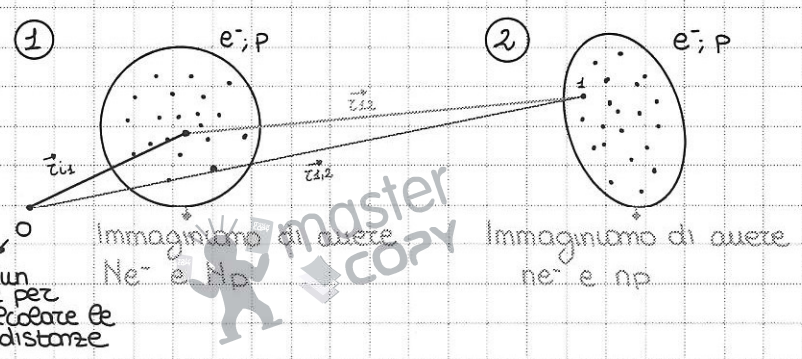
$$\vec{F_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{(1,6\cdot 10^{-19}C)^2}{|\vec{r}_{1,2}|^2} \cdot \hat{r} = -\vec{F_1}$$



$$\vec{F_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{(-1,6\cdot 10^{-19}C)(1,6\cdot 10^{-19}C)}{|\vec{r}_{1,2}|^2} \cdot \hat{r} = -\vec{F_1}$$

Se abbiamo un intero corpo al cui interno ci sono elettroni protoni e neutroni e vogliamo capire quale è la forza che agisce su un unica particella determino la posizione di tutti gli elettroni e di tutti i protoni e uso le 3 formule appena descritte per ogni singola particella

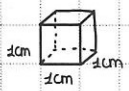
Se ho un corpo esteso per calcolare la forza totale che agisce sul corpo bisogna sommare le forze che agiscono su tutti i protoni e su tutti gli elettroni



Per calcolare la forza totale che si esercita fra questi due devo considerare tutte le interazioni elettroni / protoni nel corpo 1 e nel corpo 2

Ovviamente è impossibile identificare il numero preciso di e^- e p in un corpo esteso
Se prendiamo 1 cm^3 di materiale sono presenti:

$$10^8 \times 10^8 \times 10^8 \text{ atomi} = 10^{24} \text{ atomi}$$



Se vogliamo sapere la forza totale che si esercita sul secondo corpo abbiamo:

$$\vec{F}_{tot\,2} = \sum_{i=1}^{ne^-} \vec{f}_{e^-_i} + \sum_{J=1}^{np} \vec{f}_{p_J}$$

Osserviamo ora le forze singolarmente, esaminiamo ad esempio la prima forza $\vec{f}_{e_1}$

Forza che tutti gli elettroni del corpo 1 esercitano sull'elettrone 1 del corpo 2

$$\vec{f}_{e_1} = \sum_{i=1}^{Ne} \vec{f}_{e_i,1} + \sum_{i=1}^{Np} \vec{f}_{p_i,e_1}$$

→ Forza che tutti i protoni del corpo 1 esercitano sull'elettrone 1 del corpo 2

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

Definiamo la carica dell'elettrone $q_e \approx 1{,}6 \cdot 10^{-19}$, in particolare il numero esatto proposto lo scorso anno è uguale a $q_e = 1{,}602176634 \cdot 10^{-19}$ C

Quindi usando le formule viste prima calcoliamo la forza che agisce sul 1° elettrone e sul primo protone

$$\vec{f}_{e^-_1} = \sum_{i=1}^{Ne} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{(-q_e)(q_e)}{|\vec{r}_{1,2} - \vec{r}_{i,1}|^2} \cdot \frac{\vec{r}_{1,2} - \vec{r}_{i,1}}{|\vec{r}_{1,2} - \vec{r}_{i,1}|} + \sum_{i=1}^{Np} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{(-q_e)(q_e)}{|\vec{r}_{1,2} - \vec{r}_{ip_1}|^2} \cdot \frac{\vec{r}_{1,2} - \vec{r}_{ip_1}}{|\vec{r}_{1,2} - \vec{r}_{ip_1}|}$$

(Possiamo portare fuori $(-q_e)(q_e)$)

$$= -q_e \vec{E}(\vec{r}_{1,2})$$

VETTORE CAMPO ELETTRICO NEL PUNTO IN CUI SI TROVA L'ELETTRONE 1 NEL CORPO 2

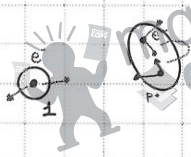
$$\vec{f}_{p1} = \sum_{i=1}^{Ne} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{(-qe)(qe)}{|\vec{r}_{p1,2} - \vec{r}_{i,1}|^2} \cdot \frac{\vec{r}_{p1,2} - \vec{r}_{i,1}}{|\vec{r}_{p1,2} - \vec{r}_{i,1}|} + \sum_{i=1}^{Np} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{(-qe)(qe)}{|\vec{r}_{p1,2} - \vec{r}_{i,1}|^2} \cdot \frac{\vec{r}_{p1,2} - \vec{r}_{i,1}}{|\vec{r}_{p1,2} - \vec{r}_{i,1}|}$$

(Ne: possiamo portare fuori; Np: possiamo portare fuori)

Forza che tutti gli elettroni del corpo 1 esercitano sul primo protone del corpo 2

$= qe\,\vec{E}(\vec{r}_{1,2})$ VETTORE CAMPO ELETTRICO NEL PUNTO IN CUI SI TROVA IL PROTONE 1 NEL CORPO 2

OSSERVAZIONE → Le forze che gli elettroni del corpo 2 esercitano sugli altri elettroni e sui protoni che fine fanno?



Due 3° principio so che queste due particelle esercitano forze uguali e contrarie e quindi si annullano tra loro

Per lo stesso motivo la forza totale che il corpo 1 esercita sul corpo 2 è uguale alla forza che il corpo 2 esercita sul corpo 1

Una volta scritte le due formule che ci dicono qual è la forza che si esercita sul protone i-esimo e sull'elettrone i-esimo, possiamo scrivere la forza totale che si esercita sul corpo 2

$$\vec{F}_{tot\,2} = \sum_{i=1}^{ne} (-qe)\,\vec{E}(\vec{r}_{ie,2}) + \sum_{i=1}^{np} (qe)\,\vec{E}(\vec{r}_{ip,2})$$

(Carica elettrone; Carica protone; VETTORE CAMPO ELETTRICO; VETTORE CAMPO ELETTRICO)

Se il corpo 2 è piccolo la forza totale $\vec{F}_2$ può essere espressa come:

$$\vec{F}_{tot\,2} = \vec{E}(\text{centro}_2) \cdot \left[\sum_{i=1}^{ne}(-qe) + \sum_{i=1}^{np}(qe)\right]$$

$$\vec{F}_{tot\,2} = \vec{E}(\vec{r}_2) \cdot [np - ne]\,qe$$

Arriviamo quindi al seguente risultato:

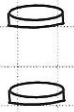
$$\vec{F}_2 = \vec{E} \cdot \overbrace{(np - ne)\,qe}^{\text{Carica del corpo 2}}$$

Campo elettrico; $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

0,0000000000000000001 C è un numero molto piccolo, ma la costante $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$ che sta a moltiplicare è molto grande. Quindi non è così ovvio capire quale delle due vinca. Infatti (np-ne) coincide con il numero di protoni ed elettroni nella materia ed è quindi un numero molto grande.

Per renderci conto di quanto intensa sia la FORZA ELETTRICA facciamo questo conto:

Prendiamo una moneta da 1€ e sottraiamoci l'1% di elettroni
Prendiamo poi un'altra moneta da 1€ a distanza di 1 cm e sottraiamoci l'1% di elettroni
Ci chiediamo quale forza $\vec{F}$ viene esercitata tra le due monete?



Dimensione moneta da 1€
raggio = 1 cm
spessore = 2 mm
Il volume di una monetina quindi all'incirca è uguale a
$V = \pi \cdot r^2 \cdot s = 3 \cdot 0{,}2\ cm^3$
Il volume di un atomo all'incirca è uguale a:
$V = (10^{-8}\ cm)^3 = 10^{-24}\ cm^3$
Mentre il numero di atomi in una monetina è uguale a:
$N_{atomi} \approx 0{,}6 \cdot 10^{24}$ atomi

Composizione chimica della monetina:
1 ATOMO DI RAME → 29 e^- ∧ 29 p
1 MONETINA → $15 \cdot 10^{-24}\ e^-$

Se portiamo via l'1% di e^- la carica della monetina diventa

$$\text{MONETINA CARICA} \rightarrow \left[-\left(15 \cdot 10^{-24} \cdot \frac{99}{100}\right) + 15 \cdot 10^{-24}\right] q_e \approx 2 \cdot 10^3\ C$$

(q_e: Per quark e l'1% $1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$)

$$= \left[15 \cdot 10^{-24}\left(\frac{-99}{100} + 1\right)\right] q_e = \left[15 \cdot 10^{-24}\left(-\frac{99}{100} + \frac{100}{100}\right)\right] q_e$$

$$= 15 \cdot 10^{-24} \cdot \frac{1}{100} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C \approx 2 \cdot 10^3\ C \rightarrow \text{Carica monetina}$$

Applichiamo la legge di Coulomb a questo sistema e troviamo che:

$$\vec{F} = 9 \cdot 10^9\ \frac{N m^2}{C^2} \cdot \frac{4 \cdot 10^9\ C^2}{10^{-4}\ m^2} = 10^{23}\ N$$

Levare l'1% di e^- da due monetine comporta lo sviluppo di una forza enorme che normalmente è celata dal perfetto bilanciamento di elettroni, protoni e neutroni.

master COPY COPISTERIA

RIASSUNTO RAPIDO

(1) Carica delle particelle elementari $e^- = -qe = -1{,}60\ldots \cdot 10^{-19}$; $p = qe = 1{,}60\ldots 10^{-19}$; $n = 0$

(2) Carica totale di un corpo $Q = (np - ne) \cdot qe$ (np: protoni, ne: elettroni)

(3) $\vec{F}$ su un corpo piccolo $\vec{F} = Q \cdot \vec{E}$

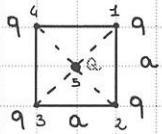
(4) Forze fra una coppia di e^-e^-; pp; pe^-

(5) Principio di sovrapposizione $\vec{F}_{tot}$ = somma delle coppie

(6) $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$ con ε_0 = COSTANTE DIELETTRICA DEL VUOTO

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$

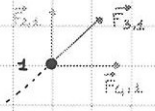
ESERCIZIO:



Quale "Q" (carica) bisogna mettere affinché il corpo sia in equilibrio

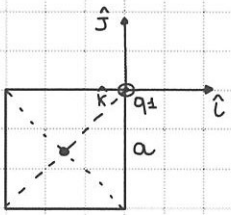
Consideriamo una particella, ad esempio la 1 e vediamo che forza viene esercitata su questa

$\vec{F}_{1\,tot} = \vec{F}_{2,1} + \vec{F}_{3,1} + \vec{F}_{4,1} + \vec{F}_{5,1}$



Fissiamo un origine di un sistema di riferimento, per comodità lo fissiamo su q1 e poi dobbiamo fissare i versori $\hat{\imath}, \hat{\jmath}, \hat{k}$

Fissiamo $\hat{\imath} \parallel \vec{F}_{4,1}$; $\hat{\jmath} \parallel \vec{F}_{2,1}$ e $\hat{k}$ verso



Calcoliamo ora le varie forze che agiscono su q1:

$\vec{F}_{2,1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q \cdot q}{|a|^2} \hat{\jmath}$

$\vec{F}_{4,1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q \cdot q}{|a|^2} \hat{\imath}$

$\vec{F}_{3,1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q \cdot q}{(\sqrt{2} \cdot a)^2} \frac{\hat{\imath} + \hat{\jmath}}{\sqrt{2}}$

Diagonale al quadrato

$\vec{F}_{5,1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q \cdot Q}{(\sqrt{2} \cdot \frac{a}{2})^2} \frac{\hat{\imath} + \hat{\jmath}}{\sqrt{2}}$

Quindi a questo punto sappiamo che:

$\vec{F}_{tot} = q\left[\underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{a^2}\hat{\jmath} + \frac{q}{a^2}\hat{\imath} + \frac{q}{2a^2}\frac{\hat{\imath}+\hat{\jmath}}{\sqrt{2}} + \frac{Q4^2}{a^2 2}\cdot\frac{\hat{\imath}+\hat{\jmath}}{\sqrt{2}}\right)}_{\vec{E}(\vec{0})}\right]$

$\vec{E}(\vec{0})$ Campo elettrico nell'origine

$= q\vec{E} = \vec{0}$ la forza è uguale a zero solo se $\vec{E}(0) = \vec{0}$