(a) Corrente continua $\Rightarrow i = \text{cost} = i_0$ $\vec{B}$ non dip. dal tempo

$\oint \vec{E}\cdot d\vec{e} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} \Rightarrow 0$ $\oint_{\text{sup. chiusa}} \vec{E}\cdot\vec{u}\cdot dS = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ non ci sono cariche fisse $\vec{E}=0$

$\oint \vec{B}\cdot d\vec{e} = \mu_0 i_{conc} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$ $\oint \vec{B}\cdot d\vec{e} = \mu_0 i_{conc}$

$\vec{B} = B\vec{z}$ all'interno del solenoide

$\vec{B} = 0$ fuori dal solenoide $\oint \vec{B}\cdot d\vec{e} = \mu_0 i_{conc}$

indicando con N_S il numero di spire del solenoide: $B\cdot l_S = \mu_0 N_S i_0 \Rightarrow B = \mu_0 n i_0$

con $n = \frac{N_S}{l_S}$ N_S? i_0? $N_S = \frac{\text{lunghezza cavo}}{\text{lunghezza di una spira}} = \frac{l_f}{2\pi R_2} \Rightarrow n = \frac{l_f}{l_S 2\pi R_2}$

i_0? Fino alla condizione di stazionarità, il solenoide si comporta come un circuito RL

Con $i(t) = i_0(1-e^{-t/\tau})$ e $\tau = \frac{L}{R_S}$ con R_S ed L resistenza ed induttanza del solenoide

$R_S = \rho\frac{l_f}{S}$ in condizioni stazionarie $I(\infty) = i_0 \frac{V_0}{R_S}$

$B_{staz} = \mu_0 \frac{l_f}{2\pi R_2}\cdot\frac{1}{l_S}\cdot\frac{V_0 S}{\rho l_f}$ (i_0)

(b) Se ricordiamo tutto di un RL, durante la carica del circuito RL l'energia viene immagazzinata nell'induttanza: $\mathcal{E}(t) = \frac{1}{2}Li^2(t)$

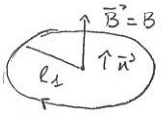
$i(t) = i_0(1-e^{-t/\tau})$ $\tau = \frac{L}{R_S}$ e che nel caso di un solenoide $L = \mu_0 \frac{N_S^2}{l_S}\pi R_2^2$

$i(t_2) = \frac{V_0}{R_S}(1-e^{-R_S t_2/L}) \Rightarrow \mathcal{E} = \mathcal{E}(t_2) = \frac{1}{2}L\,i(t_2)^2$

(c) Durante il processo che porta il solenoide a raggiungere $B = \text{cost}$

$B = B(t) \Rightarrow \oint \vec{E}\cdot d\vec{e} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$

$f_{em}^{spira} = \oint_{\text{lungo spira}} \vec{E}\cdot d\vec{e} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$ con $\Phi(\vec{B}) = \int_{S.\,spira} \vec{B}\cdot\vec{u}\,dS$



$\vec{B}(t) = \mu_0 n i(t)\vec{z}$ $\Phi(\vec{B}) = \mu_0 n i(t)\pi R_1^2$

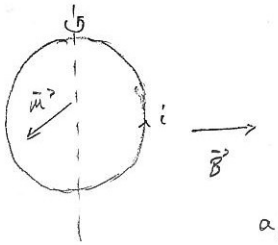
$f_{em}^{spira} = -\mu_0 n \frac{di}{dt}\pi R_1^2 = -\mu_0 n \pi R_1^2 \frac{d}{dt}\left(\frac{V_0}{R_S}(1-e^{-t/\tau})\right)$

$= -\mu_0 n \pi R_1^2 \frac{V_0}{R_S}\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau}$ con $\tau = \frac{L}{R_S}$

$I_{spira}(t_2) = \frac{|f_{em}^{spira}|}{R_{circuito}} = \mu_0 n R_1^2 \frac{V_0}{R_{circ}\cdot R_S}\cdot\frac{R_S}{L}e^{-R_S t_2/L}$

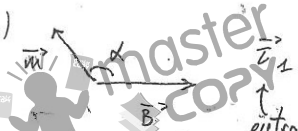
circola in senso orario in modo da creare un campo magnetico che si oppone alla variazione di flusso che l'ha creata

Spira circolare di area S in cui fluisce corrente i, è immersa in un campo magnetico uniforme di intensità B e può ruotare attorno ad un suo diametro $\perp$ al campo $\vec{B}$.
Normale al piano della spira forma con le linee di campo un angolo di $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ (a); $\frac{\pi}{2} = \alpha$ (b), a quale momento meccanico è sottoposta la spira nei due casi? È nel caso (b) l'equilibrio è stabile?



La spira ha momento magnetico $\vec{m} = iS\vec{n}$
energia potenziale $U = -\vec{m}\cdot\vec{B}$
momento meccanico delle forze $\vec{\tau} = \vec{m}\times\vec{B}$

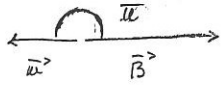
a)



$\vec{\tau}_1 = -|\vec{m}||\vec{B}|\sin\alpha\,\vec{k} = -iSB\sin\alpha\,\vec{k}$

questo momento fa ruotare la spira in modo che $\vec{m}$ si orienti come $\vec{B}$

b)



$\vec{\tau}_2 = 0$ si ha equilibrio instabile perché energia potenziale $U = -\vec{m}\cdot\vec{B}$ è massima

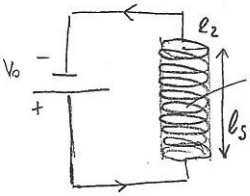
$U = -|\vec{m}||\vec{B}|\cos(\pi) = mB$

$\Rightarrow$ Equilibrio stabile si ha quando $\vec{m}$ allineato con $\vec{B}$

$\vec{m} \rightarrow \vec{B}$ che corrisponde al minimo dell'energia potenziale

$U(0) = -|\vec{m}||\vec{B}| = -mB$

Esame di Fisica Generale del 16/06/2015



Una spira dentro circuito di raggio R_1 e resistenza R circ posizionato al centro di un solenoide di raggio R_2 e lunghezza l_s. Per realizzare il solenoide si è utilizzato un cavo di sezione S, resistività e e lunghezza l_f. Colleghiamo il solenoide ad un generatore di tensione costante V_0 e trascurando gli effetti sul solenoide dovuti alla corrente che circola su R_1 si calcoli:

a) Campo magnetico solenoide in condizioni stazionarie (quando si possa considerare continua)
b) Energia immagazzinata nel solenoide ad un istante t_1 (durante la carica del circuito RL)
c) Corrente che circola nel circuito di raggio R_1 nell'istante t_2

master COPY COPISTERIA

② Per $\vec{B}$ cost.

$U(\theta) = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}$ (momento di dipolo magnetico)

$\vec{\mu}$ momento magnetico $\quad \vec{B} = \alpha \times \vec{k}$

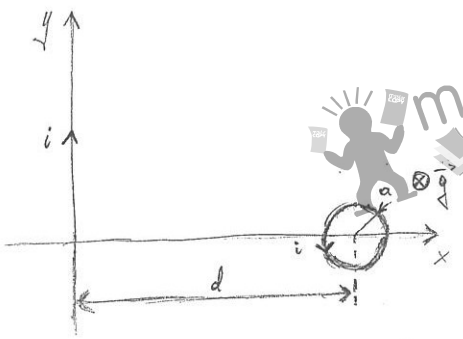
Suddividendo la superficie della spira in tanti elementi di area

$d\vec{s} = a\,d\alpha\,\vec{k} \quad d\vec{\mu} = i\,a\,d\alpha\,\vec{k}$

$U = -\int d\vec{\mu}\cdot\vec{B} = -\int_0^{\alpha} i\,a\,d\alpha\,\alpha = -i\,a\,\frac{\alpha\,a^2}{2} = -i\,\frac{a^3\alpha}{2}$

③ $\vec{\tau} = \int d\vec{\mu} \times \vec{B}$ con $\vec{B} \parallel d\vec{\mu} \Rightarrow \vec{\tau} = 0$

———— ∘ ————



Spira conduttrice di massa m e raggio a è percorsa da una corrente i costante come mostrato in figura. Spira inizialmente ferma con il centro a distanza $d \gg a$ da un lungo filo conduttore percorso dalla corrente i.
Spira vincolata a muoversi senza attrito lungo asse x in figura sul piano xy.
Si trovi la velocità massima raggiunta dalla spira.

- Forza peso è bilanciata dalla reazione vincolare
- Campo magnetico generato dal filo

$$\oint_{filo} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i = B_\theta \cdot 2\pi r = \mu_0 i \qquad B_\theta = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

nel piano della spira $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi x}(-\vec{k})$ all'interno della spira a $t=0$

$$-\frac{\mu_0 i \vec{k}}{2\pi(d-a)} \le \vec{B} \le -\frac{\mu_0 i \vec{k}}{2\pi(d+a)}$$

per $d \gg a$ all'interno della spira a $t=0$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i \vec{k}}{2\pi d}$$

la spira ha un momento magnetico $\vec{\mu} = i\pi a^2 \vec{k}$, la sua energia potenziale $U_i = -\vec{\mu}\cdot B_{\text{in spira}}$

$U_i = -i\pi a^2 \vec{k}\,(-\vec{k})\frac{\mu_0 i}{2\pi d} = \frac{\mu_0 a^2 i^2}{2d}$ energia potenziale iniziale

Energia per $t>0$, dopo che la spira è lasciata libera, diminuisce all'aumentare della distanza della spira
$\Rightarrow$ La spira è respinta dal filo ad $x > d$ convertendo la sua energia potenziale in energia cinetica.
Non ci sono forze dissipative $\Rightarrow$ vale la conservazione dell'energia.

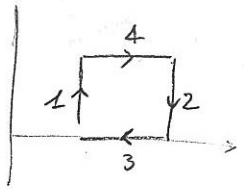
$\frac{1}{2}m v_{max}^2 - \frac{1}{2}m v_i^2 = U_i - U_{min}$ Il massimo valore della velocità viene raggiunto quando la spira si trova a distanza infinita ($\vec{B}_{\text{in spira}} = 0$) e l'energia potenziale magnetica è nulla

$$\Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2}{m}U_i} = \sqrt{\frac{2}{m}\frac{\mu_0 a^2 i^2}{2d}}$$

———— ∘ ————

② Su ogni lato dell'avvolgimento agisce $F_{Lorentz}$ a causa di $I_s(t)$ e di $\vec{B}(x(t)) = -B(x(t))\vec{z}$

$\vec{F}_{TOT} = \vec{F}_L = \vec{F}_{1L} + \vec{F}_{2L} + \vec{F}_{3L} + \vec{F}_{4L} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$



$\vec{F}_3$ ed $\vec{F}_4$ si elidono reciprocamente
($\forall x$, stesso B con i cambiata di verso)

$\mu_0 = \frac{T \cdot m}{A^2}$

$\vec{F}_L = NI_s(t)(-aB(x)\vec{x} + aB(x+b)\vec{x})$

affinché l'avvolgimento abbia v cost $\vec{F}_{TOT} = \vec{F}_L + \vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{ext} - \vec{F}(t) = -\vec{F}_L$

$$\vec{F}(t) = NI_s(t)a(B(x) - B(x+b))\vec{x} = NI_s(t)a\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi(x_0+vt)} - \frac{\mu_0}{2\pi(x_0+vt+b)}\right)\vec{x}$$

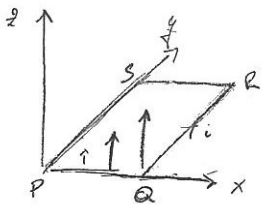
$$= \frac{NI_s(t)ab\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{(x_0+vt)(x_0+vt+b)}\right)\vec{x}$$

③ La potenza dissipata nell'avvolgimento è pari a

$P(t') = I_s^2(t')R$

$= \vec{F}(t')\vec{v}$ La forza esterna fornisce la pot. dissipata nella resistenza

---



Spira quadrata di massa trascurabile lato a percorsa da corrente i in verso antiorario situata nel campo magnetico $\vec{B} = \alpha x \vec{k}$ con α cost.

1) Forza che agisce sulla spira
2) Calcolare energia potenziale magnetica della spira stessa
3) Momento delle forze agenti sulla spira?

① $\vec{F} = i\vec{\ell} \times \vec{B}$

oss. • sul lato PS, $\vec{B} = 0$ poiché $x = 0$ in ogni punto

• su QR $\vec{B}$ costante e vale $\vec{B} = \alpha a \vec{k}$

$ia\vec{j} \times \vec{B} = ia\vec{j} \times \alpha a \vec{k} = i\alpha a^2 \vec{i}$

• su PQ $\vec{B}$ varia in funzione di x

$d\vec{F}_{PQ} = i\,d\vec{\ell} \times \vec{B}$

$$F_{PQ} = \int_0^a i\alpha x\,dx = i\alpha \frac{x^2}{2}\Big|_0^a = i\alpha\frac{a^2}{2} \Rightarrow \vec{F}_{PQ} = -i\alpha\frac{a^2}{2}\vec{j}$$

• su SR cambia solamente il verso di i rispetto a PQ

$\vec{F}_{SR} = -\vec{F}_{PQ} = i\alpha\frac{a^2}{2}\vec{j}$

$\vec{F}_{TOT} = \vec{F}_{PQ} + \vec{F}_{SR} + \vec{F}_{RS} + \vec{F}_{PS} = i\alpha a^2\vec{i} + \vec{F}_{PQ} - \vec{F}_{PQ} = i\alpha a^2\vec{i}$ ($\vec{F}_{PS} = 0$)

master COPY COPISTERIA

© $v = v_{lim} = cost$ (Dopo un certo tempo, la sbarra raggiungerà la vel limite)

$\vec{F}^{B}_{barra} = 0 = i' \cdot \vec{l} \times \vec{B} = 0$ $\qquad V_0 + fem^{ind} = i'R$

$i' = \frac{V_0}{R} - \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} \cdot \frac{1}{R}$ } Se circola i, varia il flusso di $\vec{B}$, $v_{sbarra} \neq 0$ e si genera una fem^{ind} che si oppone alla variazione di flusso

$i' = i + i_{ind}$

$\Phi(\vec{B}) = \int_{S_{circuito}} \vec{B} \cdot \vec{u}\, dS = B \int_{S_{circ.}} dS = Blx \Rightarrow -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = -Blv$

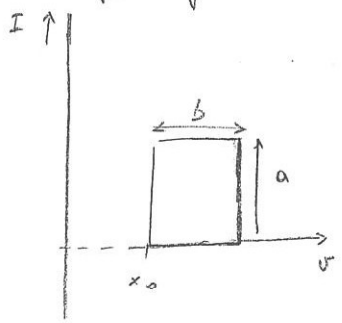
$i' = \frac{V_0}{R} - \frac{Blv}{R} \Rightarrow \vec{F} = 0 = i' \vec{l} \times \vec{B}$ con $i' = 0$

$\frac{V_0}{R} - \frac{Blv_{lim}}{R} = 0 \Rightarrow v_{lim} = \frac{V_0}{Bl}$





Esame fisica generale 1/2/2019



filo conduttore ideale, infinitamente lungo, percorso da corrente costante I verso l'alto
Avvolgimento piatto di spire (N spire) di forma rettangolare a e b indeformabile, giace nello stesso piano del filo, a distanza x_0.
R resistenza dell'avvolgimento.
Ad un istante $t=0$, avvolgimento messo in moto con velocità cost. v a partire da x_0 nella posiz. iniziale. Non si consideri l'auto-induzione

1) Corrente che circola nell'avvolgimento $I_s(t')$, all'istante $t=t'$ e determinare il verso motivando la risposta
2) $\vec{F}(t)$ all'istante t, applicata all'avvolgimento per mantenerlo in moto con v cost.
3) Potenza dissipata nell'avvolgimento al tempo $t=t'$

Considerazioni

① $\vec{B}$ generato dal filo non è uniforme nel piano della spira
② Avvolgimento in moto con v cost. $\Rightarrow \vec{B}$ varia di intensità $\Rightarrow \Phi(\vec{B})$ varia in funz. di t
Si genera una $fem^{ind} \Rightarrow i_{ind}$
③ $\Phi(\vec{B}) = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$ dobbiamo tenere di conto di ① e ②



$\vec{B}$ sarà entrante (regola mano dx filo percorso da corrente) circonf. concentriche con filo
Da Ampère $B(x') = \frac{\mu_0 I}{2\pi x'}$

$d\Phi(\vec{B}) = N B(x') a \cdot dx' = d\Phi_{\vec{B}}(t)$ dipende da t perché il circuito è in moto

$\Phi_B(t) = \int_x^{x+b} N B(x')\, a\, dx' = N\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \int_x^{x+b} \frac{dx'}{x'} = N\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln\left(\frac{x+b}{x}\right)$ con $x = x(t) = x_0 + vt$

$fem^{ind} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = -N\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \frac{x}{x+b} \frac{d}{dt}\left[(x+b)x^{-1}\right] = -N\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \frac{x}{x+b}\left(-\frac{bv}{x^2}\right) = \frac{N\mu_0 I a}{(x+b)x} \frac{bv}{2\pi}$

$\frac{fem^{ind}}{R} = I_s(t) = N\frac{\mu_0 I a}{2\pi R} \frac{bv}{(x_0+vt+b)(x_0+vt)}$ positiva $\Rightarrow$ corrente senso orario