ELETTROSTATICA

CARICA ELETTRICA ELEMENTARE $e = 1.60218 \cdot 10^{-19}\ C$

CARICA PROTONE: $+e$	LA CARICA ELETTRICA È PROPORZIONALE
CARICA ELETTRONE: $-e$	ALLA QUANTITÀ DI ELETTRONI E PROTONI.
CARICA NEUTRONE: 0	

CARICA DI UN CORPO $Q = e \cdot (n^\circ \text{ PROTONI} - n^\circ \text{ ELETTRONI})$

DENSITÀ DI CARICA:
- DI VOLUME $\rho = \frac{dQ}{dV}$ $\left[\frac{C}{m^3}\right]$
- DI SUPERFICIE $\sigma = \frac{dQ}{dS}$ $\left[\frac{C}{m^2}\right]$
- DI LINEA $\lambda = \frac{dQ}{dl}$ $\left[\frac{C}{m}\right]$

master COPY COPISTERIA

CONSERVAZIONE DELLA CARICA: IN CONDIZIONI STATICHE LA CARICA ELETTRICA TOTALE CONTENUTA ALL'INTERNO DI UN FISSATO VOLUME RESTA COSTANTE NEL TEMPO

LEGGE/FORZA DI COULOMB: UNA QUALSIASI CARICA PUNTIFORME q_1 IN QUIETE ESERCITA SU UNA QUALSIASI ALTRA CARICA q_2 UNA FORZA T.C: (VALIDA SE LA CARICA SORGENTE È FERMA)

master COPY COPISTERIA

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{d^2}\,\hat{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|^3} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

CON ε_0 = COSTANTE DIELETTRICA NEL VUOTO $= 8.854 \cdot 10^{-12}$ $\left[\frac{C^2}{N m^2}\right]$

$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = k$ COSTANTE DI PROPORZIONALITÀ $= 9 \cdot 10^9$ $\left[\frac{N m^2}{C^2}\right]$

d = DISTANZA TRA q_1 E q_2

$\hat{r}$ = VERSORE CHE DA q_1 PUNTA A q_2

⇒ L'INTENSITÀ DELLA FORZA DIPENDE LINEARMENTE DAL VALORE ASSOLUTO DI CIASCUNA CARICA

L'ENTE FISICO CHE ESERCITA $\vec{F}$ È IL CAMPO ELETTRICO (CAMPO VETTORIALE) $\vec{E}$

$\left[\frac{N}{C} \circ \frac{V}{m} \circ \frac{C}{Fm}\right] \circ \left[\frac{Kg\ m}{A s^3}\right] \circ \left[\frac{Kg\ m}{C s^2}\right]$ $\quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ $\quad \left[\frac{N}{C}\right]$ CON q SINGOLA CARICA

→ IL CAMPO ELETTRICO DIPENDE DALLA DISTRIBUZIONE DI CARICA.

LA FORZA $\vec{F}$ CHE SI ESERCITA SU UNA CARICA NEGATIVA È DIRETTA OPPOSTA AD $\vec{E}$

$\vec{E}$ GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}\,\hat{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

q = PROVA

È ORIENTATO DALLA CARICA VERSO L'ESTERNO SE $q > 0$, DALL'ESTERNO VERSO LA CARICA SE $q < 0$

$$|\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q_1|}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2}$$

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DELLE FORZE DI COULOMB

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} (\vec{r} - \vec{r}_i)$$

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE CAMPO ELETTRICO

$\vec{E}$ GENERATO DA PIÙ CARICHE PUNTIFORMI

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

DIPOLO ELETTRICO: UN TIPO DI DISTRIBUZIONE DI CARICA NON SIMMETRICA DI CARICA TOTALE NULLA E DI PICCOLE DIMENSIONI

È CARATTERIZZATO DAL MOMENTO DI DIPOLO ELETTRICO $\vec{p}$ T.C

$$|\vec{p}| = |q| \cdot |r_2 - r_1|$$

DIREZIONE: CONGIUNGENTE DELLE 2 CARICHE

VERSO: DALLA CARICA NEGATIVA A QUELLA POSITIVA

$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ ⇐

IL CAMPO ELETTRICO PRODOTTO DA UN DIPOLO A DISTANZA $r >>$ DELLA DIMENSIONE DEL DIPOLO È:

CAMPO DI DIPOLO

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|\vec{p}|}{r^3} \left[3(\hat{r} \cdot \hat{p})\hat{r} - \hat{p} \right]$$

(PIÙ MI ALLONTANO PIÙ DECRESCE)

CAMPO ELETTRICO GENERATO DA DISTRIBUZIONI CONTINUE DI CARICA:

$\vec{E}$ INFINITESIMO DA dq E RELATIVO $\vec{E}$

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{r} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{\text{DISTRIB. DI CARICHE}} \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint_{\text{VOLUME CARICHE}} \frac{\rho}{r^2} \hat{r}\, dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iint_{\text{SUPERF. CARICHE}} \frac{\sigma}{r^2} \hat{r}\, dS =$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{\text{LUNGHEZZA CARICHE}} \frac{\lambda}{r^2} \hat{r}\, dl =$$

Muster COPY COPISTERIA

VARIAZIONI

- $\vec{E}$ IN PROSSIMITÀ DI UNA LUNGA DISTRIBUZIONE DI CARICA LINEARE E RETTILINEA LONTANO DALLE SUE ESTREMITÀ $\Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda}{R}$

- $\vec{E}$ IN PROSSIMITÀ DI UNA GRANDE LAMINA PIANA CARICA LONTANO DAI BORDI $\Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ USCENTE DALLA LAMINA

FLUSSO e LEGGE DI GAUSS

IL FLUSSO Φ DIPENDE DAL CAMPO E DALLA SUPERFICIE

CARATTERIZZO LA SUPERFICIE COL VETTORE $\Delta\vec{S}$, IL CAMPO VETTORIALE CON $\vec{V}$

$\Phi = \vec{V} \cdot \Delta\vec{S}$ ... $\Delta\vec{S}$ PRESO COL VERSO CHE PUNTA VERSO L'ESTERNO

FLUSSO DEL CAMPO ELETTRICO $\Phi_\varepsilon = \vec{E} \cdot \Delta\vec{S}$ $(= E\,\Delta S \cos\theta)$ $\left[\frac{N\,m^2}{C}\right]$

QUESTO VALE QUANDO LA SUPERFICIE È PIANA e $\vec{E}$ UNIFORME

IN ALTRI CASI Φ SI CALCOLA DIVIDENDO LA SUPERFICIE IN PICCOLI ELEMENTI TALI PER CUI LA VARIAZIONE DI $\vec{E}$ SIA TRASCURABILE, IL FLUSSO ATTRAVERSO L'INTERA SUPERFICIE È:

$$\Phi_\varepsilon = \iint_{SUP} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{SUP} \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS$$

SE LA SUPERFICIE È CHIUSA $\Phi_\varepsilon = \oint_{SUP\ CHIUSA} \vec{E} \cdot d\vec{S}$



LEGGE DI GAUSS: (UNA DELLE eq DI MAXWELL) IL FLUSSO DEL CAMPO ELETTRICO ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE CHIUSA ARBITRARIA È PARI ALLA SOMMA ALGEBRICA DELLE CARICHE CONTENUTE ALL'INTERNO DEL VOLUME DELIMITATO DALLA SUPERFICIE, DIVISO LA COSTANTE DIELETTRICA DEL VUOTO

$$\Phi_\varepsilon = \frac{Q_{INT}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_{V_{INT}} \rho\, dV$$

LA SUPERFICIE CHIUSA SU CUI SI CALCOLA IL FLUSSO È SOLITAMENTE UNA SUPERFICIE GEOMETRICA IMMAGINARIA DETTA "GAUSSIANA", SCELTA IN BASE ALLA SIMMETRIA DEL CORPO

FLUSSO ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE CON CARICA PUNTIFORME ESTERNA: $\Phi_\varepsilon = 0$

FLUSSO ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE CON CARICA PUNTIFORME ALL'INTERNO: $\Phi_\varepsilon = \frac{q}{\varepsilon_0}$

FLUSSO ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE CON CARICHE INTERNE E ESTERNE: $\Phi_\varepsilon = \frac{Q_{INT}}{\varepsilon_0}$

LEGGE DI GAUSS IN DIFFERENZIALE: $div\,\vec{E} = \frac{d\Phi}{dV}$ (SE SIAMO IN VOLUME)

$\frac{dQ_{INT}}{dV} = \rho$

$$\Rightarrow \boxed{div\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

IN UN CONDUTTORE IN CONDIZIONI STATICHE $\vec{E} = 0$ AL SUO INTERNO

INFATTI L'ECCESSO DI CARICA DI UN CONDUTTORE SI TROVA SULLA SUA SUPERFICIE CON DENSITÀ SUPERFICIALE σ SPESSO NON UNIFORME.

$\vec{E}$ NELLE IMMEDIATE VICINANZE DI UN CONDUTTORE È PERPENDICOLARE ALLA SUA SUPERFICIE (È SOLO STATO L'EQUILIBRIO STATICO).

$\Rightarrow$ LA SUP GAUSSIANA È UN CILINDRO CON BASI // ALLA SUP. DEL CONDUTTORE

$\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$ $\perp$ SUP $\quad \sigma > 0$ $\vec{E}$ DALLA SUP VERSO L'ESTERNO $\quad \sigma < 0$ $\vec{E}$ DIRETTO VERSO LA SUPERFICIE

POTENZIALE ELETTRICO

POTENZIALE V = ENERGIA POTENZIALE PER UNITÀ DI CARICA, È UNO SCALARE

* ENERGIA POTENZIALE DI UNA PARTICELLA DI PROVA NEL CAMPO DI UNA CARICA PUNTIFORME q:

$\mathcal{L}$ SUP SFERA $\quad \mathcal{L} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$ $\quad \vec{F}$ = FORZA ELETTRICA AGENTE SULLA PARTICELLA DI PROVA, $\vec{E}$ = CAMPO GENERATO DA q

$= \int_a^b q_0 \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$ $\quad$ LA PARTICELLA DI PROVA È FATTA SPOSTARE IN UN ARCO DI CIRCONFERENZA DI CENTRO q. $\vec{E} \perp d\vec{\ell}$

$= 0$

$\Rightarrow \mathcal{L} = 0$ | PER QUALUNQUE PERCORSO SULLA SUPERFICIE SFERICA DI CENTRO LA CARICA PUNTIFORME q

$\mathcal{L}$ RADIALE $\quad \mathcal{L} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = q_0 \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$ $\quad d\vec{\ell} = \hat{r}\, dr$ e $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$

$= \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_a}^{r_b} \frac{\hat{r}}{r^2} \cdot dr\,\hat{r} \quad \ldots = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right]$

$\Rightarrow$ IL LAVORO COMPIUTO DALLA FORZA ELETTRICA DIPENDE SOLTANTO DALLA DISTANZA TRA LE PARTICELLE PRIMA DELLO SPOSTAMENTO (r_a) E DOPO LO SPOSTAMENTO (r_b) (LE ALTRE COMPONENTI DI ARCHI $= 0$)

$\mathcal{L}$ TRAIETTORIA QUALSIASI $\quad \boxed{\mathcal{L} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)}$ $\Rightarrow$ NON DIPENDE DALLA TRAIETTORIA = FORZA CONSERVATIVA

VARIAZIONE ENERGIA POTENZIALE: $\Delta U = U_b - U_a = -\int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = -\mathcal{L}$

$\Rightarrow \boxed{U(r) = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0 r}}$ $\quad$ ENERGIA POTENZIALE DI UNA PARTICELLA DI PROVA A UNA DISTANZA r DA UNA CARICA PUNTIFORME

$U = 0$ PER $r = +\infty$

IN GENERALE $\quad U(r) = -\int_\infty^r \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$ $\Rightarrow$ $U(r)$ È IL LAVORO COMPIUTO DA UN AGENTE ESTERNO CONTRO LA FORZA ELETTRICA QUANDO LA PARTICELLA DI PROVA VIENE PORTATA DA UN PUNTO POSTO LONTANO A r DALLA CARICA PUNTIFORME q

* ENERGIA POTENZIALE DI UNA PARTICELLA DI PROVA NEL CAMPO DI TOT CARICHE PUNTIF.

$\vec{F} = q_0 \sum_i \vec{E}_i \quad \Rightarrow \mathcal{L} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$

$\Rightarrow \boxed{U = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sum_i \frac{q_i}{r_i}}$ $\quad r_i$ = DISTANZA TRA q_0 e q_i

POTENZIALE ELETTRICO $\boxed{V = \frac{U}{q_0}}$ QUANDO q_0 È PICCOLA $[V]$

POTENZIALE PRODOTTO DA UNA CARICA PUNTIFORME: $V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ $\Rightarrow V = 0$ PER $r = \infty$

POTENZIALE PRODOTTO DA UNA DISTRIBUZIONE DI CARICHE: $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i}$

(SE LA CARICA q_0 NON È PICCOLA, SI ALTERA LA DISTRIBUZIONE DI CARICA CHE PRODUCE IL POTENZIALE, QUINDI MODIFICA IL POTENZIALE DA MISURARE)

POTENZIALE PRODOTTO DA DISTRIBUZIONE CONTINUA DI CARICA: $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{\text{CURVA CARICA}} \frac{dq}{r}$

DIFFERENZA DI POTENZIALE (o TENSIONE ELETTRICA) $\Delta V = V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{q_0}$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta V = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{\ell}}$$ PER QUALUNQUE TRAIETTORIA TRA a e b

(DECRESCE NELLA DIREZIONE DEL CAMPO ELETTRICO)

QUINDI POSSIAMO RISCRIVERE V COME: $\boxed{V = -\int_\infty^P \vec{E} \cdot d\vec{\ell}}$

DA CUI POSSO RICAVARE $\boxed{\vec{E} = -\nabla V} = -\left(\frac{dV}{dx}\hat{\imath} + \frac{dV}{dy}\hat{\jmath} + \frac{dV}{dz}\hat{k}\right)$

$\Rightarrow$ $\vec{E}$ VA NELLA DIREZIONE IN CUI IL POTENZIALE DIMINUISCE PIÙ RAPIDAMENTE

$\Rightarrow$ IL CAMPO ELETTROSTATICO È CONSERVATIVO CIOÈ $\boxed{\oint_{\text{curva chiusa}} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0}$

E NON DIPENDE DALLA TRAIETTORIA

SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE:
- SUPERFICIE SULLA QUALE V È COSTANTE (QUINDI r È COSTANTE)
- LE FORZE ELETTRICHE NON COMPIONO LAVORO QUANDO UNA PARTICELLA CARICA SI SPOSTA SU QUESTA SUPERFICIE
- IN UN CAMPO UNIFORME SONO $\perp$ AD $\vec{E}$ IN OGNI PUNTO
- SONO PIÙ DENSE DOVE $\vec{E}$ È PIÙ INTENSO

IN UN CONDUTTORE LE SUPERFICI EQUIPOTENZIALI NEL CAMPO UNIFORME TRA LE ARMATURE SONO PIANI

SE CREIAMO UNA CAVITÀ ALL'INTERNO DI UN CONDUTTORE O SULLA SUPERFICIE INTERNA È 0, POSSIAMO AVERE ANCHE TANTI DI CARICA + E - CHE SOMMATI SI ELIDONO, IL POTENZIALE RIMANE UNIFORME E $\vec{E} = 0$

IL VOLUME DEL CONDUTTORE È EQUIPOTENZIALE

$$\Delta U = -q \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$
$$\| \quad = q\Delta V$$

ENERGIA DI CONFIGURAZIONE DI UN SISTEMA DI CARICHE: o ENERGIA ELETTROSTATICA DI UNA DISTRIBUZIONE DI CARICHE

$$\boxed{U = \frac{1}{2}\sum_i q_i \cdot V(\vec{r}_i) = \frac{1}{2}\int \rho(\vec{r})\, V(\vec{r})\, dV}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{N} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

$r_{ij} = |\vec{r}_i - \vec{r}_j|$ DISTANZA TRA q_i e q_j

$\frac{1}{2}$ PERCHÉ LE COPPIE SONO 2 $q_i q_j$ e $q_j q_i$