PRIMA

Friday, March 11, 2022 10:48 AM

Esercizio 1. Un'industria di lavorazione del marmo ha due stabilimenti dove produce lastre di marmo di tre diverse qualità: bassa, media e alta. Per contratto, l'industria deve fornire a una ditta esterna almeno 40, 30 e 50 tonnellate di marmo di bassa, media e alta qualità, rispettivamente. La seguente tabella riporta le caratteristiche di produzione nei due diversi stabilimenti:

Stabilimento	costo giornaliero (euro)	produzione (tonnellate/giorno)		
		bassa	media	alta
1	300	5	3	2
2	400	1	2	4

PL

variabili = # giorni allo stabilimento i

Scrivere un modello matematico che minimizzi i costi. Scrivere i comandi linprog. Trovare la soluzione ottima.

$$\begin{cases} \min\{300x_1 + 400x_2\} \\ x_1, x_2 \geq 0 \\ 5x_1 + x_2 \geq 40 \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 30 \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 50 \end{cases}$$

$x \in [6.1111, 9.4444]$ ✓



Esercizio 2. Si consideri il problema di trovare l'assegnamento di costo minimo i cui costi sono indicati in tabella:

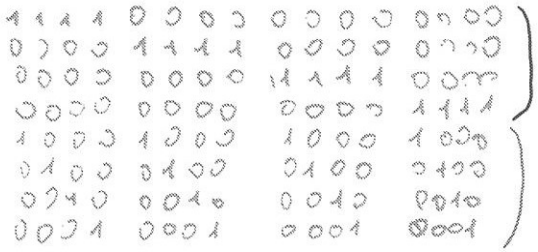
	1	2	3	4
1	47	14	42	21
2	36	18	43	28
3	30	29	38	36
4	31	22	28	39

Scrivere il modello matematico. Scrivere i comandi linprog. Trovare la soluzione ottima.



$$\begin{cases} \min\{47x_{11} + 14x_{12} + 42x_{13} + 21x_{14} + \\ \quad 36x_{21} + 18x_{22} + 43x_{23} + 28x_{24} + \\ \quad 30x_{31} + 29x_{32} + 38x_{33} + 36x_{34} + \\ \quad 31x_{41} + 22x_{42} + 28x_{43} + 39x_{44}\} \\ \left.\begin{array}{l} \sum x_{1i} = 1 \\ \sum x_{2i} = 1 \\ \sum x_{3i} = 1 \\ \sum x_{4i} = 1 \end{array}\right\} \; i = 1, \dots, 4 \\ \left.\begin{array}{l} \sum x_{i1} = 1 \\ \sum x_{i2} = 1 \\ \sum x_{i3} = 1 \\ \sum x_{i4} = 1 \end{array}\right\} \; i = 1, \dots, 4 \\ x_i \in [0,1] \end{cases}$$







Esercizio 3. Una compagnia petrolifera produce tre diversi tipi di carburante P, Q e R utilizzando greggio venezuelano (V) ed arabo (A). La tabella riporta le percentuali di greggio necessarie per produrre ogni tipo di carburante.

	P	Q	R
V	0.4	0.2	0.3
A	0.3	0.4	0.2

PL

Giornalmente l'industria ha a disposizione fino ad un massimo di 6000 e 9000 litri di V e A, rispettivamente. Inoltre, per esigenze di produzione, la produzione di carburante P, Q e R deve essere almeno di 2000, 1500 e 500 litri al giorno. Sapendo che il costo del greggio è rispettivamente di 2 e 1.5 Euro/L, scrivere il modello matematico che minimizza il costo. Scrivere i comandi linprog. Trovare la soluzione ottima.

variabili = litri di $\overset{x_1}{V}$ e $\overset{x_2}{A}$ al giorno

$$\begin{cases} \min\{2x_1 + 1.5x_2\} \end{cases}$$

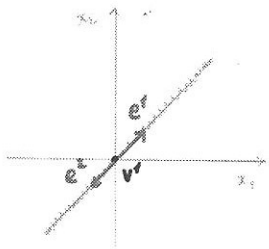
costo. Scrivere i comandi linprog. Trovare la soluzione ottima.

$$\begin{cases} \min\{2x_1 + 1.5x_2\} \\ x_1, x_2 \geq 0 \\ 0.4x_1 + 0.3x_2 \geq 2000 \\ 0.2x_1 + 0.4x_2 \geq 1500 \\ 0.3x_1 + 0.2x_2 \geq 500 \\ x_1 \leq 6000 \\ x_2 \leq 9000 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} -0.4x_1 - 0.3x_2 \leq -2000 \\ -0.2x_1 - 0.4x_2 \leq -1500 \\ -0.3x_1 - 0.2x_2 \leq -500 \end{array} \qquad x = [3500, 2000] \checkmark$$

Esercizio 4. Per i seguenti poliedri (vedi allegato) calcolare A,b della rappresentazione algebrica e gli insiemi V,E della rappresentazione di Weyl e, per ognuno di essi, trovare, se esiste, un vettore c tale che:

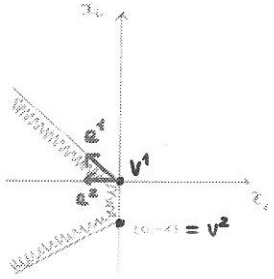
a) esiste massimo finito;
b) non esiste massimo finito;
c) esiste minimo finito;
d) non esiste minimo finito;
e) la soluzione ottima non è unica.

master COPY



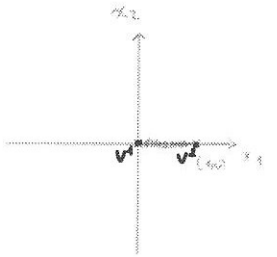
$v^1 = (0,0) \quad e^1 = (1,1) \quad e^2 = (-1,-1)$

a) ~~$\exists$~~
b) $c = (1,1)$
c) ~~$\exists$~~
d) $c = (-1,-1)$
e) $c = (1,-1)$



$v^1 = (0,0) \quad v^2 = (0,-1) \quad e^1 = (-1,1) \quad e^2 = (-1,0)$

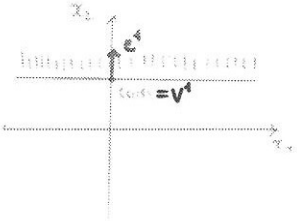
a) ~~$\exists$~~
b) $c = (-1,1)$
c) $c = (1,0)$
d) $c = (-1,-1)$
e) $c = (1,0)$



$v^1 = (0,0) \quad v^2 = (1,0) \quad E = \emptyset$

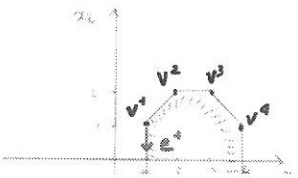
a) $c = (0,1)$
b) ~~$\exists$~~
c) $c = (0,1)$
d) ~~$\exists$~~
e) $c = (0,1)$

master COPY COPISTERIA
master COPY



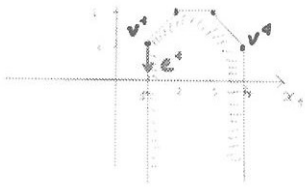
$v^1 = (0,1) \quad e^1 = (1,2)$

a)
b)
c)
d)
e) $c = (1,0)$



$v^1 = (1,1) \quad v^2 = (2,2) \quad v^3 = (3,2) \quad v^4 = (4,1) \quad e^1 = (1,0)$

a)
b)
c)
d)



b)
c)
d)
e)

SECONDA

Friday, March 11, 2022 12:18 PM

Esercizio 2. Completare la seguente tabella considerando il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \max\ 5\,x_1 - 6\,x_2 \\ x_2 \le 3 \\ -x_1 \le 2 \\ x_1 \le 2 \\ x_1 - x_2 \le 3 \\ -3\,x_1 - 2\,x_2 \le 6 \\ -x_2 \le 5 \end{cases}$$

primale standard

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ -3 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad b = (3, 2, 2, 3, 6, 5)^T$$

Indici di base	Vettore	Ammissibile (si/no)	Degenere (si/no)
4, 6	$x = (-2, -5)$	no	si
2, 5	$y = (0, -14, 0, 0, 3)$	no	no

$B = \{4, 6\}$ $N = \{1, 2, 3, 5\}$

$A_B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ $b_B = (3, 5)^T$ $A_B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

$x = (3-5, -5)^T = (-2, -5)^T$

$A_N = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$ $b_N = (3, 2, 2, 6)$ $A_N x = (-5, 2, -2, 6+10)$
$\quad < \quad = \quad < \quad >$

per la y trasformo nel suo duale: ← NON duale standard, sarebbero identici!

$$\begin{cases} \min\ 3y_1 + 2y_2 + 2y_3 + 3y_4 + 6y_5 + 5y_6 \\ -y_2 + y_3 + y_4 - 3y_5 = 5 \\ y_1 - y_4 - 2y_5 - y_6 = -6 \\ y \ge 0 \end{cases}$$

$B = \{2, 5\}$ $N = \{1, 3, 4, 6\}$

$A_B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$ $A_B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

$y_B = cA_B^{-1} = (5, -6)\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = (-5-9, 3) = (-14, 3)$ (y_2, y_5)

$y = (0, -14, 0, 0, 3)$
$-14 < 0$, $3 \neq 0$

NOTA: non serve costruire il suo duale visto che A è la stessa per entrambi (però nice esercizio)

Esercizio 3. Una ditta produce due tipi di pantaloni (A e B) e ne deve produrre almeno 58 di tipo A ed almeno 62 di tipo B la settimana. Puó assumere sul mercato due tipi di operai specializzati che costano rispettivamente 500 e 520 euro la settimana. Il primo tipo di operai produce 13 pantaloni di tipo A e 12 di tipo B la settimana mentre il secondo tipo ne produce 11 e 16 rispettivamente.
Scrivere un modello matematico per determinare gli operai da assumere in modo da minimizzare il costo complessivo. Calcolare una valutazione inferiore ed una valutazione superiore. Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima.

1 settimana, x_1, x_2 tipi di operai assunti

$$\begin{cases} \min(500x_1 + 520x_2) \\ x_1, x_2 \ge 0 \\ 13x_1 + 11x_2 \ge 58 \\ 12x_1 + 16x_2 \ge 62 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{N} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \min(500x_1 + 520x_2) \\ -x_1 \le 0 \\ -x_2 \le 0 \\ -13x_1 - 11x_2 \le -58 \\ -12x_1 - 16x_2 \le -62 \end{cases}$$

x = [3.2368, 1.4474]

Esercizio 4. Una ditta deve affidare i progetti a, b, c, d agli studi di professionisti 1, 2, 3, 4 sapendo che ogni studio fará uno ed un solo lavoro. I costi sono indicati nella seguente tabella:

i \ j	a	b	c	d
1	7	5	8	6
2	5	10	11	8
3	8	5	6	5
4	4	7	8	9

Scrivere un modello matematico che minimizzi i costi. Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima. Se lo studio 2 non accettasse di svolgere il progetto a la soluzione ottima cambierebbe sicuramente? → si, $x_{21} = 1$ → x_{21} devo porre il vincolo $x_{21} = 0$

$$\begin{cases} \min\{7x_{11} + 5x_{12} + 8x_{13} + 6x_{14} + \\ \quad 5x_{21} + 10x_{22} + 11x_{23} + 8x_{24} + \\ \quad 8x_{31} + 5x_{32} + 6x_{33} + 5x_{34} + \\ \quad 4x_{41} + 7x_{42} + 8x_{43} + 9x_{44}\} \\ x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 1 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 1 \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 1 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 1 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 1 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 1 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 1 \\ x_i \in \{0, 1\} \end{cases}$$

```
c = [7 5 8 6 5 10 11 8 8 5 6 5 4 7 8 9]

UB = [1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1]

LB = [0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0]

A = [] b = []

beq = [1;1;1;1;1;1;1;1]

Aeq = [1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
       0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0;
       0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0;
```

master COPY
master COPY COPISTERIA
master COPY

$$\begin{cases} x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 1 \\ x_{44} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 1 \\ x_i \in \{0,1\} \end{cases}$$

$A_{eq} = [$

$x = [\quad]$

$V =$

col vincolo $x_{21} = 0$: $x = [0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0]$

$V = 23$

master COPY COPISTERIA

master COPY COPISTERIA

master COPY COPISTERIA

master COPY