RICERCA OPERATIVA:

26/SETTEMBRE/2012

- PROF MASSIMO PAPPALARDO.
- LIBRO: CASA EDITRICE PWS RICERCA OPERATIVA (PAPPALARDO, PASSACANTANDO).
- m.pappalardo@di.unipi.it (DIPARTIMENTO DI INFORMATICA)
  WWW.di.unipi.it → PERSONE.

---

1. PROBLEMA (OTTIMIZZAZIONE) → PER PASSARE DA 1 A 2 DEVO RACCOGLIERE I DATI.
2. IL MODELLO MATEMATICO.
3. LA TEORIA PER LA SOLUZIONE DEL MODELLO MATEMATICO.
4. IL METODO RISOLUTIVO + L'ALGORITMO.
5. FEEDBACK.

---

1) PROBLEMA DI PRODUZIONE:

	M_1	M_2	M_3	DISPONIBILITÀ'
TIPO 1	2	2	1	LANA 375
TIPO 2	3	1	1	COTONE 192
				F. SINTETICA 142

MATERIE PRIME — N RISORSE — M VINCOLI

MATRICE TECNOLOGICA

CI VUOLE UN'UNITÀ DI MISURA

FUNZIONE OBIETTIVO: 60 70

MASTER COPY
Tel. 388/9837745

- LA SCELTA DELLE VARIABILI.
- L'INDIVIDUAZIONE DI F.O.
- L'INDIVIDUAZIONE DEI VINCOLI.

$$\begin{cases} \max \quad 60x_1 + 70x_2 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 375 \\ 2x_1 + x_2 \leq 192 \\ x_1 + x_2 \leq 142 \\ x_1, x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

LUI MI DÀ LA SOLUZIONE OTTIMA CHE È $\left(\frac{201}{4}, \frac{183}{2}\right)$

$(50{,}25 ; 91{,}5)$

PERCHÉ NON MI RICONOSCE L'INFORMAZIONE $x_1, x_2 \in \mathbb{Z}$.

IL SOFTWARE SUPPONIAMO CHE DIA IL RISULTATO $X = (6,2)$

VINCOLO DI POSITIVITÀ' = VA SCRITTO SEMPRE! ALTRIMENTI VENGONO CERCATI NUMERI TRA I NEGATIVI.

$(6 \cdot 60 + 2 \cdot 70) = 500$ → VALORE DELLA FUNZIONE OBIETTIVO.

→ È SEMPLICE PERCHÉ TUTTO È LINEARE.

$S_3 = 0{,}25$ ⇝ È LA RIMANENZA

$S_2 = 0$

$S_1 = 0$

VETTORE S DELLE VARIABILI DI SCARTO $= (0, 0, 0{,}25)$

SI POSSONO AVERE:

BENI DIVISIBILI BENI INDIVISIBILI

DOVE CON BENI INTENDO TUTTO: VARIABILI ECC.

LINPROG NON MI SA DARE RISULTATI INTERI.

FORMALIZZAZIONE MATEMATICA:

$x \in \mathbb{R}^n$, $A \in M^{m \times n}$

$b \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}^n$

PROBLEMA DI PROGRAMMAZIONE LINEARE PRIMALE STANDARD.

↗ HO BISOGNO DEL PC X RISOLVERLO

SOMMATORIE FUNZIONI LINEARI

IN SOSPESO

P) $\begin{cases} \max \cdot cx \leftarrow \text{PRODOTTO SCALARE} \\ A \cdot x \leq b \leftarrow \text{PRODOTTO MATRICE} \end{cases}$

>> c = [60 ___ 70] >> b = [375; 192; 192; 0; 0]

A =

↓

SICCOME PRENDO TUTTO MINORE O UGUALE DEVO SOLO CAMBIARE IL VINCOLO

$x_1 \geq 0 \rightsquigarrow -x_1 \leq 0$

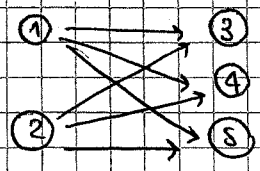
$x_2 \geq 0 \rightsquigarrow -x_2 \leq 0$

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

27/SETTEMBRE/2012

PROBLEMA TRASPOSTO:



$X_{ij} \rightsquigarrow X_{13}, X_{24}$

si ordinano nel senso delle i

	3	4	5	
1	21	18	14	21
2	16	15	19	16
	9	10	18	

$$\min \; 21X_{13} + 18X_{14} + 14X_{15} + 16X_{23} + 15X_{24} + 19X_{25}$$

VINCOLI:

$$X_{13} + X_{23} = 9$$
$$X_{14} + X_{24} = 10$$
$$X_{15} + X_{25} = 18$$
$$X_{13} + X_{14} + X_{15} = 21$$
$$X_{23} + X_{24} + X_{25} = 16$$
$$X \geq 0$$

MASTER COPY
Tel. 388/9837745

$i = 1, \dots, n \rightarrow$ LUOGHI DI PRODUZIONE

$J = 1, \dots, m \rightarrow$ LUOGHI DI DESTINAZIONE

$$\rightarrow \begin{cases} \min CX \\ \sum_{i=1}^{n} X_{ij} = a_j \; \forall j \\ \sum_{j=1}^{m} X_{ij} = p_i \end{cases} \quad \boxed{X \geq 0}$$

IDENTIFICAZIONE DATI:

↳ PROGRAMMAZIONE LINEARE PRIMALE STANDARD = PROBLEMI DI MIN O MAX SOGGETTI A VINCOLI LINEARI.

$$\begin{cases} \max CX \\ AX \leq b \end{cases} \Rightarrow \text{"LINPROG"}$$

$\oplus$

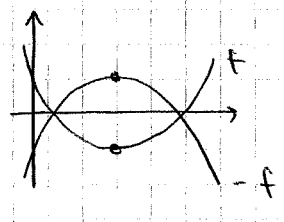
$\rightarrow Aeq\, X = beq\, 9$

MATRICE: $Aeq = [100, 100]$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \cdots & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{13} \\ X_{14} \\ X_{15} \\ X_{23} \\ X_{24} \\ X_{25} \end{bmatrix}$$

① TRASFORMAZIONE PROBLEMI DI MASSIMO IN PROBLEMI DI MINIMO E VICEVERSA.

$$\begin{cases} \max f = -\min(-f) \\ \arg\max f = \arg\min(-f) \end{cases}$$



② TUTTI I VINCOLI LINEARI SI POSSONO PORTARE IN FORMA DI MINORE UGUALE.
es.

$$2x_1 + x_2 = 5 \longrightarrow \begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 5 \\ -2x_1 - x_2 \le -5 \end{cases}$$

$C = (-21, -18, -14, -16, -15, -19)$

$b = (9, -9, 10, -10, 18, -18, 21, -21, 16, -16, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$

$$\begin{cases} \min Cx \\ Ax \le b \\ A_{eq} x \le b_{eq} \\ LB \le x \le UB \end{cases} \qquad \begin{cases} \max Cx \\ Ax \le b \end{cases}$$

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

$\Downarrow$

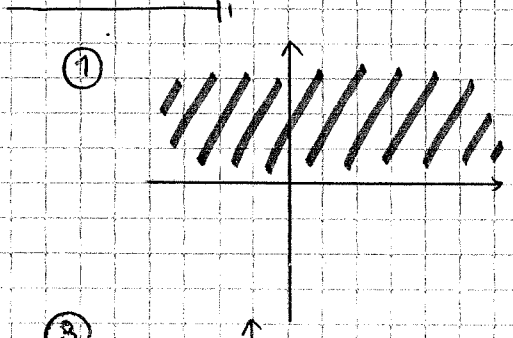
$x \in \mathbb{R}^n$

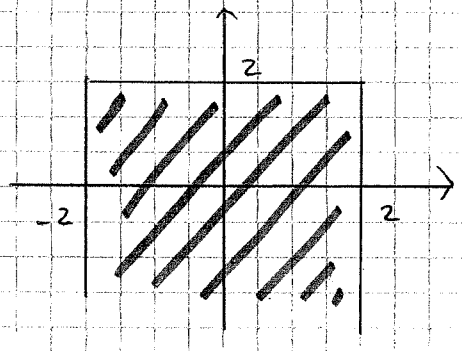
Se $b = [0, 5, 0, 0, 0]$ → la variabile può andare fino a $-\infty$

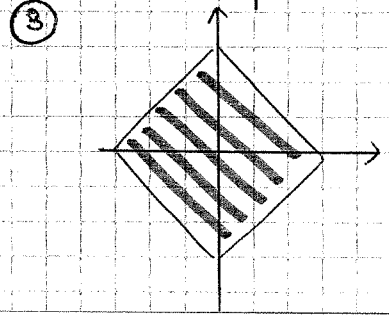
La variabile numero 2 non può essere inferiore a 5.

$Ub = [0, \ldots]$

$= +\infty$







④
$$\begin{cases} \min\ 5x_1 + 7x_3 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_4 = 8 \\ x_1 - x_2 \le 7 \\ x_3 \ge 0 \end{cases}$$

→ vincolo di uguaglianza

①, ②, ③ = POLIEDRI.

① SEMIPIANO ⟶ 1 VINCOLO, 2 VARIABILI

matrice A: 2x1

Vincolo: $x_2 \geq 0$ $\quad A = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

② matrice A = 3x2
↳ SEMIPIANI

③ matrice A: 4x2 $\quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$

$x_1 + x_2 \leq 1$
$-x_1 + x_2 \leq 1$

④ $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ -8 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Beq = TERMINI NON DELVINCOLI DI UGUAGLIANZA.

$Aeq = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$B = [1, 0]$

① $C_1 = (1,1)$ $\quad C_2 = (1,-1)$ $\quad C_3 = (-1,1)$

MASTER COPY

Tel. 388/9837745