RICERCA OPERATIVA I

MASTER COPY

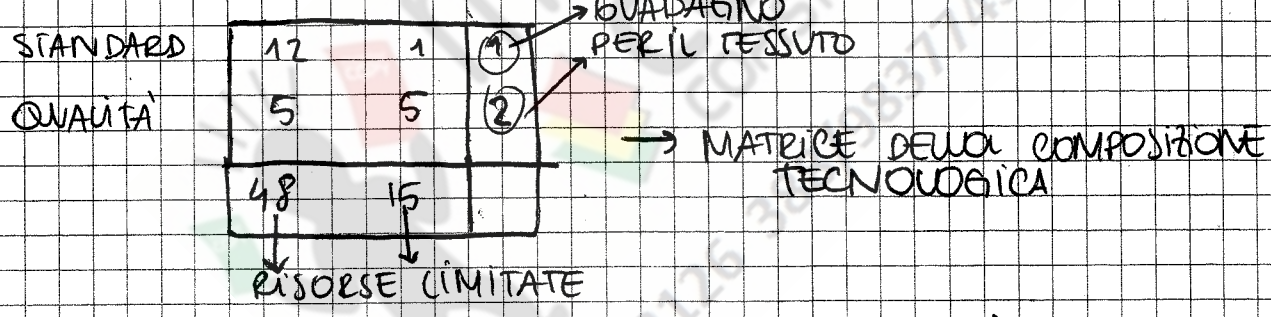
Tel. 388/9837745

2/10

I PROBLEMI DI RICERCA OPERATIVA SONO PROBLEMI DECISIONALI DI OTTIMIZZAZIONE DI UN OBIETTIVO IN PRESENZA DI RISORSE LIMITATE. É UN PROBLEMA DI RICERCA DI UN MAX O UN MIN DI UNA FUNZIONE (F. obiett) RISTRETTA AD UNA REGIONE DELLO SPAZIO DEFINITA DA VINCOLI (REGIONE AMMISSIBILE).

PROBLEMA (DI PRODUZIONE)

2 TESSUTI (MISURATI IN DECAMETRI), UNO STANDARD E UNO DI QUALITÀ:



INTRODUCO LE VARIABILI DEL PROBLEMA (x_1, x_2). QUANTO DEVO PRODURRE DI STANDARD E QUANTO DI QUALITÀ?

$(5,0)$ → QUANTO DEVO PRODURRE di STANDARD E QUANTO DI QUALITÀ

É SOLUZIONE AMMISSIBILE?

NO PERCHÈ $5 \cdot (12) \geq 48$ QUINDI NON RISPETTA I VINCOLI (SUPERA LE RISORSE)

$(1,1)$ É UNA SOLUZIONE AMMISSIBILE.

QUANTO GUADAGNO? 3.

① MODELLO DI PROGRAMMAZIONE LINEARE

$$\begin{cases} \max\ x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{FUNZIONE obiettivo} \\ 12x_1 + 5x_2 \leq 48 \\ x_1 + 5x_2 \leq 15 \\ 5x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \text{VINCOLI}$$

SEMPRE LINEARE

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

$$\begin{pmatrix} 12 & 5 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 48 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \max\ c \cdot x \\ Ax \leq b \end{cases} \quad \text{con } A \in \mathbb{R}^{n \times m},\ x \in \mathbb{R}^n,\ b \in \mathbb{R}^m$$

b: VETTORE TERMINI NOTI

COME PROCEDE UN RICERCATORE OPERATIVO

1) DESCRIZIONE DEL PROBLEMA
2) ACQUISIZIONE DATI
3) FUNZIONE obiettivo
4) VINCOLI
5) COSTRUIRE UN MODELLO MATEMATICO
6) RISOLVERLO
7) FEEDBACK (GUARDO SE IL RISULTATO È RAGIONEVOLE)

SOLUZIONE AMMISSIBILE = SE RISPETTA I VINCOLI

SOLUZIONE OTTIMA = TRA LE SOLUZIONI AMMISSIBILI È QUELLA CHE MASSIMIZZA LA FUNZIONE OBIETTIVO. PUÒ NON ESSERE UNICA.

PROBLEMA DI PROGRAMMAZIONE LINEARE: P. di MAX o MIN di UNA FUNZ. OBB. lineare con vincoli di DISEQUAZIONI O equazioni lineari.

RISOLVE SOLO I PROBLEMI DI MINIMO CON VINCOLI $\leq$.

→ $\max f(x) = -\min(-f(x)) \rightarrow \min cx = -\max(-cx)$

→ $x_1 + x_2 \geq 0$ diventa $-x_1 - x_2 \leq 0$

→ $x_1 = 0$ diventa $\begin{cases} x_1 \leq 0 \\ -x_1 \leq 0 \end{cases}$

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

$$\begin{cases} \min cx \\ Ax \leq b \\ Aeq\,X = beq \\ LB \leq X \leq UB \end{cases}$$

LB ↓ LOWER BOUND; UB ↓ UPPER BOUND

linprog (c, A, b, Aeq, beq, LB, UB)

PER IL PROBLEMA PRECEDENTE:

$c = [-1 \ -2]$ $\quad x_1 + 2x_2$

$b = [48 \ \ 15]$

$A = [12 \ 5; \ 5 \ \ 5]$

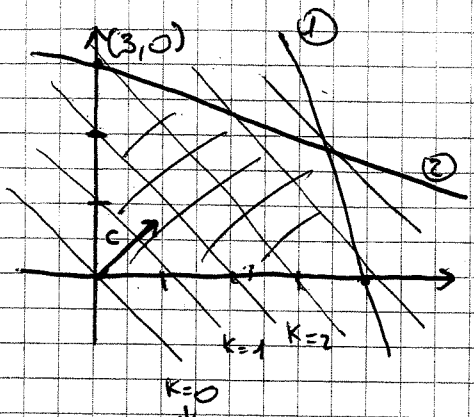
$Aeq = [\,]$ → NON CI SONO VINCOLI DI UGUAGLIANZA

$beq = [\,]$

$LB = [0 \ \ 0]$

$UB = [\,]$

④ RISOLUZIONE GEOMETRICA di PL in 2 VARIABILI



Punti del PIANO che soddisfano queste disequazioni

$$\begin{cases} 12x_1 + 5x_2 \leq 48 \ ① \\ x_1 + 5x_2 \leq 15 \ ② \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Linee di isocosto → ortogonali a c.

LINEE DI ISOCOSTO = sono quelle linee che fissato k numero reale soddisfano l'equazione $\boxed{cx = k}$

TUTTI i PUNTI i PUNTI che STANNO SU QUELLE LINEE HANNO LO STESSO GUADAGNO.

DEF. L'INTERSEZIONE DI UN NUMERO FINITO DI SEMISPAZI (CHIUSI) DI $\mathbb{R}^n$ SI CHIAMA **POLIEDRO**

↓ TUTTI i VINCOLI CON $\leq$ o $\geq$

in PL $\begin{cases} \min / \max \ (cx) \\ x \in P \end{cases}$ → MODO PER ESPRIMERE LE funzioni lineari

Funzione obiettivo $x_1 + 2x_2$ C = GRADIENTE

$\nabla f = (1, 2)$

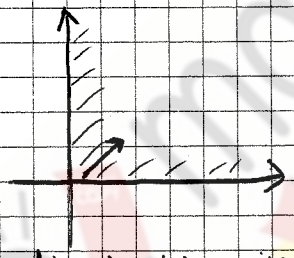
↓

GRADIENTE SI ANNULLA SE IL PUNTO DI MAX È INTERNO. IN QUESTO CASO IL GRADIENTE non SI PUO' ANNULLARE.

↓

PER UN PROBLEMA DI PL IL MAX e Min, SE ESISTONO, SONO SICURAMENTE SULLA FRONTIERA.

IL MASSIMO PERO' POTREBBE NON ESISTERE!



es. $\begin{cases} \max x_1 + x_2 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$

Il MAX di $x_1 + x_2$ in QUESTO CASO NON È FINITO Quindi non ESISTE MASSIMO.

SUPPONIAMO che la ditta produca BARCHE INVECE. CHE TESSUTI → PROBLEMI DI PL INTERA → VARIABILI DEVONO ESSERE Anche INTERE.