Scienza 1

master COPY

Alessandro Caccamo

master COPY

Equazioni di equilibrio globale:

Per risolvere i problemi della statica delle travi rettilinee usiamo le seguenti equazioni di equilibrio globale:

$$\begin{cases} \sum X + \int_0^L p(s)\,ds = 0 \\ \sum Y - \int_0^L q(s)\,ds = 0 \\ \sum M + \sum Y s + \int_0^L c(s)\,ds - \int_0^L q(s)\,s\,ds = 0 \end{cases}$$

master COPY

master COPY COPISTERIA

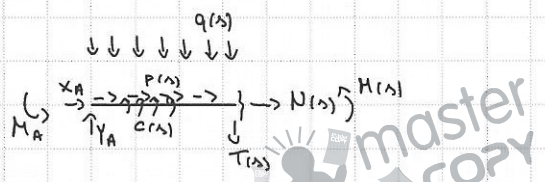
Dove:

$\sum X$ = sommatoria forze esterne orizzontali
$\sum Y$ = sommatoria forze esterne verticali
$\sum M$ = sommatoria delle coppie esterne
$q(s)$ = carico distribuito verticalmente
$p(s)$ = carico distribuito assialmente
$c(s)$ = coppie distribuite

Caratteristiche della Sollecitazione

Importantissime per capire gli sforzi interni ad una Trave sono le equazioni delle caratteristiche delle sollecitazione:

$$\begin{cases} N(s) + X_A + \int_0^L p(\eta)\,d\eta = 0 \\ T(s) - Y_A + \int_0^L q(\eta)\,d\eta = 0 \\ M(s) + M_A + \int_0^L c(\eta)\,d\eta - \int_0^L q(\eta)\,\eta\,d\eta - T(s)\,s \end{cases}$$

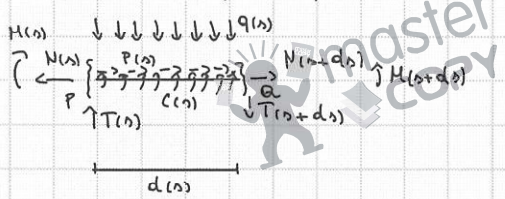


master COPY

Equazioni indefinite di equilibrio

Possiamo provare a riscrivere le equazioni delle caratteristiche delle sollecitazione in forma differenziale.

Prendiamo una piccola parte di trave:



Facciamo adesso l'equilibrio di questa piccola parte di trave:

$$\begin{cases} \rightarrow\ -N(s)+N(s+ds)+p(s)\,ds = 0 \\ \uparrow\ +T(s)-T(s+ds)-q(s)\,ds = 0 \\ \hat{Q}\ -M(s)+M(s+ds)-T(s)\,ds+C(s)\,ds+q(s)\,ds\,\frac{ds}{2} \end{cases}$$

Sviluppo i termini N, T ed M in serie di Taylor:

$$\begin{cases} N(s+ds) \cong N(s)+N'(s)\,ds \\ T(s+ds) \cong T(s)+T'(s)\,ds \\ M(s+ds) \cong M(s)+M'(s)\,ds \end{cases}$$

Unendo i due sistemi sopra ottengo le seguenti equazioni differenziali

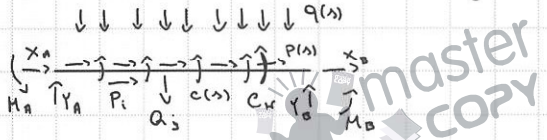
$$\begin{cases} N'(s)+p(s) = 0 \\ T'(s)+q(s) = 0 \\ M'(s)-T(s)+C(s) = 0 \end{cases}$$

Ovviamente servono le condizioni al contorno:

$$\begin{cases} N(0) = -X_A \\ T(0) = Y_A \\ M(0) = -M_A \end{cases} \qquad \begin{cases} N(L) = X_B \\ T(L) = -Y_B \\ M(L) = M_B \end{cases}$$

Presenza di Carichi concentrati

Prendiamo in esempio la seguente Trave



Scriviamo le eq. di equilibrio globale

$$\begin{cases} X_A + X_B + \sum_{i=1}^{m_p} P_i + \int_0^L p(s)\,ds = 0 \\ Y_A + Y_B - \sum_{j=1}^{m_q} Q_j - \int q(s)\,ds = 0 \\ M_B + M_A + \int_0^L c(s)\,ds - \int_0^L q(s)\,s\,ds + \sum_{k=1}^{m_c} C_k - \sum_{j=1}^{m_q} s_j Q_j - Y_B L = 0 \end{cases}$$

Per quanto riguarda le Cds dobbiamo usare le condizioni di raccordo:

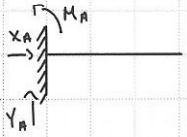
$$\begin{cases} N_1(s_i) = N_2(0) + P_i \\ T_1(s_i) = T_2(0) + Q_i \\ M_1(s_i) = M_2(0) + C_i \end{cases}$$

Vincoli

I vincoli possono essere possono essere:

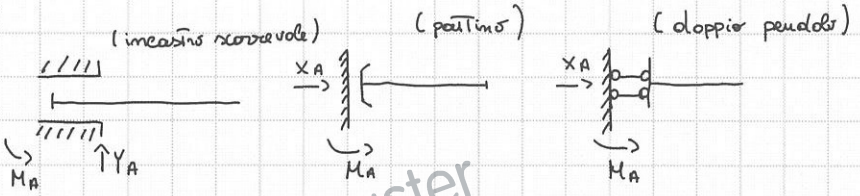
- Tripli -> Tre componenti di reazione
- Doppi -> due componenti di reazione
- Semplici -> una componente di reazione

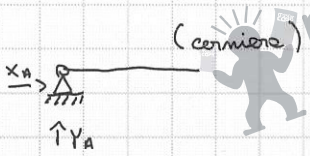
TRIPLI:



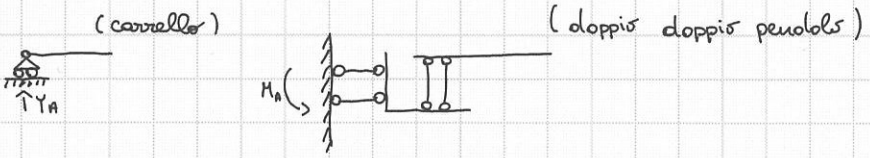
(incastro)

DOPPI:





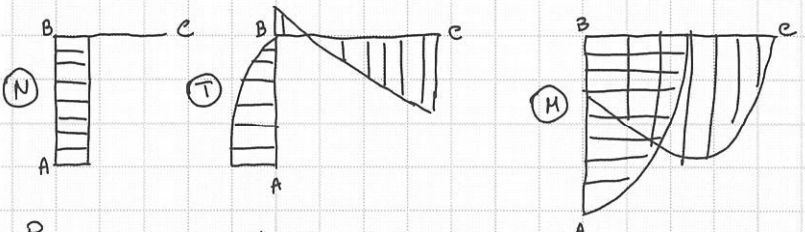
SEMPLICI:



Diagrammi delle CdS.

Per quanto riguarda gli esercizi sono importantissimi: diagrammi delle CdS.

Esempio:



Per quanto riguarda T ed N non si ha una vera e propria convenzione
Per quanto riguarda M invece c'è una regola per rappresentare un valore positivo o negativo:
il momento flettente va rappresentato dal lato delle fibre tese

