e-mail → roberto.parroni @ unipi.it

studio → 4° piano polo A, DICI, strutture. Cercare il nome RICCARDO DEL GIUDICE

ricevimento → martedì 16:00 - 17:00 (avvertire per mail o il lunedì)
mercoledì 11:30 - 12:30 (avvertire a lezione)
oppure appuntamento

Testo → Sollazzo, Marzano "Scienza delle costruzioni vol. 2"
UTET, 1988 oppure Nunziante - Gambarotta

Esame → scritto e orale → tutto quello fatto, sia teoria sia esercizi
↳ 2 esercizi: - uno riguarda cose del 1° semestre
(Ccdc, incognite iperstatiche, diagrammi)
(probabilmente non domande su travi elastiche)
- verificare una struttura
comunque potrebbe chiedere all'orale

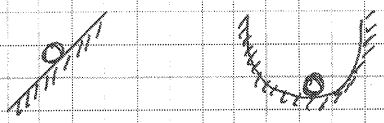
Chi ha fatto il compitino → solo 2° domanda dello scritto + orale

Argomenti 2° semestre
- corpi 1D: - stabilità
- corpi 3D: - cinematica
- meccanica
- leggi costitutive
- problema di De - Saint Venant

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Teoria della stabilità

Equilibrio statico di un corpo significa, brutalmente, che non si muove. Condizione necessaria e sufficiente per questo è che la risultante delle forze e dei momenti agenti su di esso sia nulla.



NO EQUIL — SÍ EQUIL — SÍ EQUIL — SÍ EQUIL

↓

è stabile in quanto una piccola perturbazione riporta la pallina nella posizione iniziale

↓

Equilibrio instabile

perturba la pallina ed ho una nuova config di equilibrio, diversa però dalla precedente. Si parla di equilibrio indifferente

↓

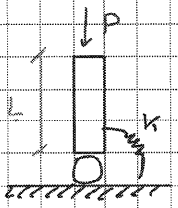
una perturbazione non porta più all'equilibrio.

Le configurazioni di equilibrio instabile non sono osservabili, in quanto basta un nulla per perdere l'equilibrio

Iniziamo trattando strutture ad 1 GDL

Esempio 1

Trave rigida caricata di punta, con una molla rotazionale alla base.



Se P=0, l'asta rimane verticale. Aumentando

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

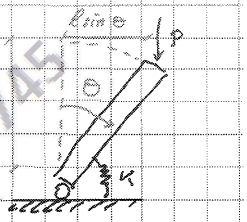
P, a qualsiasi valore, continua a rimanere verticale.

Sicuramente la configurazione verticale è di equilibrio. Ma è stabile, indifferente o instabile?

Iniziamo determinando <u>tutte</u> le config di equilibrio.

Per farlo dobbiamo imporre l'equilibrio ad una configurazione deformata generica

Vol 1° semestre confrontavamo configurazione deformata ed indeformata. Adesso non lo facciamo, vogliamo trovare tutte le config di equilibrio



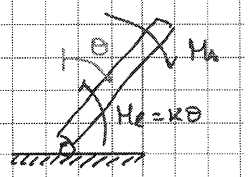
Ho 1 GDL, basta un'eq. per studiare l'equilibrio

Raffiguro il momento reattivo della molla con

$M_R = K\theta$ (per convenzione la molla sempre antioraria)

ed il momento attivo della forza con $-\pi \le \theta \le \pi$

$M_A = \underbrace{Pl}_{\text{forza}} \underbrace{\sin\theta}_{\text{braccio}}$ (per convenzione lo metto sempre orario)



equilibrio $\iff M_A = M_R \iff Pl\sin\theta = K\theta$

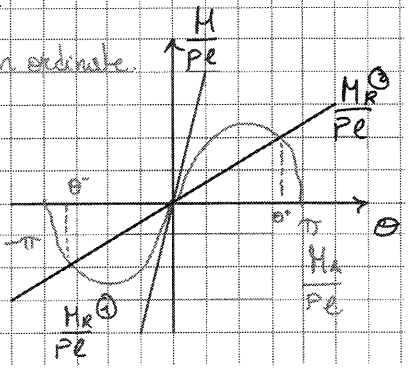
- una prima soluzione è quella che avevamo già trovato, $\theta = 0$

È unica? Per capirlo graficamente le 2 funzioni.

Per semplificarmi il disegno rappresento $\frac{M}{Pl}$ in ordinata.

Allora $\frac{M_A}{Pl} = \sin\theta$ → grafico del seno → ~~

$\frac{M_R}{Pl} = \frac{K}{Pl}\theta$ → retta di pendenza $\frac{K}{Pl}$



Siccome non so quanto vale $\frac{\kappa}{\rho\ell}$, rappresento 2 possibili pendenze

≡ → ho un'unica soluzione, $\theta = 0$ (i due grafici hanno il solo punto comune)

≡ → ho 3 soluzioni (i due grafici si intersecano in 3 punti distinti)

La retta rossa ha una pendenza maggiore di $\sin\theta$ in 0. Allora

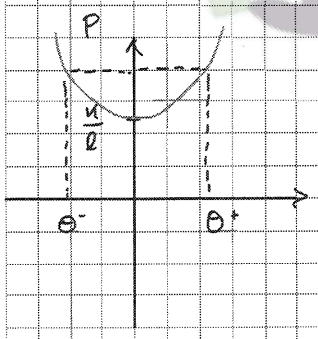
- se la retta ha pendenza > pendenza $\sin\theta\big|_{\theta=0}$ → 1 soluz
- se la retta ha pendenza < pendenza $\sin\theta\big|_{\theta=0}$ → 3 soluz

La pendenza di $\sin\theta\big|_{\theta=0}$ è $(\sin'\theta)\big|_{\theta=0} = \cos\theta\big|_{\theta=0} = 1$

Allora $\left(\frac{M_A}{\rho\ell}\right)'\Big|_{\theta=0} = 1$ (pendenza retta)

Allora
- 1 soluz se $\frac{\kappa}{\rho\ell} > 1 \iff \rho < \frac{\kappa}{\ell}$
- 3 soluz se $\frac{\kappa}{\rho\ell} < 1 \iff \rho > \frac{\kappa}{\ell}$

Tracciamo le soluzioni in un grafico θ, ρ:



≡ → la retta $\theta = 0$ è soluzione $\forall \rho$

Se poi $\rho < \frac{\kappa}{\ell}$, ho $\theta = 0$ unica soluz.

Se $\rho > \frac{\kappa}{\ell}$, ho anche θ^+ e θ^- come soluzione per un fissato ρ.

Facendo variare il valore di ρ al di sopra di $\frac{\kappa}{\ell}$, trovo la curva descritta da θ^+ e θ^-.

$\rho\ell\sin\theta = \kappa\theta \implies \rho = \frac{\kappa}{\ell}\frac{\theta}{\sin\theta}$ → traccio la curva → ≡

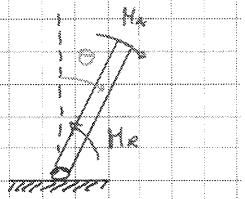
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

STABILITÀ

La stabilità si studia SOLO DELLE CONFIGURAZIONI DI EQUILIBRIO

Iniziamo da $\theta = 0$

Ciò che faccio è dare una perturbazione ($\Rightarrow$ PICCOLE DEFORMAZIONI) alla configurazione verticale, con un $\theta > 0$ molto piccolo.



$M_A = Pl\sin\theta \simeq Pl\theta$ $\qquad$ $M_R = K\theta$

essendo θ piccolo, $\sin\theta \simeq \theta$

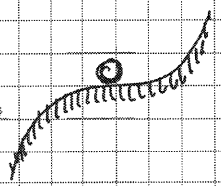
Solo se $M_R > M_A$ avrò una coppia risultante in verso antiorario, coppia che quindi tende a riportare il corpo nella posizione non perturbata (quella di equilibrio da cui siamo partiti, quindi quella verticale in questo caso) (si dice che il corpo "torna indietro")

$\underbrace{K\theta}_{M_R} > \underbrace{Pl\theta}_{M_A} \Rightarrow \boxed{P < \frac{K}{l}}$ $\rightarrow$ condizione necessaria di equilibrio stabile

Se $P > \frac{K}{l}$ l'asta si allontana dalla configurazione iniziale

NON BASTA FARE UNA VERIFICA CON SOLO $\theta > 0$.

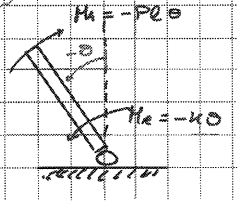
Devo considerare anche $\theta < 0$.



Infatti, nella configurazione in figura, perturbando verso dx ho stabilità, perturbando verso sx ho che il sistema NON ritorna nella configurazione di equilibrio. Quindi in totale è un equilibrio INSTABILE

Perturbo allora con $-\theta < 0$ e θ piccolo

Però $\theta > 0$, quindi $-\theta < 0 \Rightarrow M_R < 0 \Rightarrow$ senso orario



Ripetizioni Ingegneria Gratuite 388 9085715