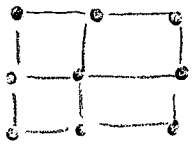
Conduzione nei Solidi

- Dal punto di vista della capacità di condurre elettricità, i solidi possono essere suddivisi in 3 categorie:
  - conduttori $\rho \sim 10^{-8}\ \Omega \cdot m$
  - isolanti $\rho \sim 10^{12}/10^{16}\ \Omega \cdot m$
  - semiconduttori $\rho \sim 10^{2}/10^{3}\ \Omega \cdot m$

master COPY

4e



Elettroni liberi

- Non tutti gli elettroni di valenza degli atomi di un solido vengono messi a comune (legami) per formare il reticolo cristallino. Alcuni restano liberi e sono loro i portatori di carica
- Più elettroni liberi ha e più un solido è un buon conduttore

n = concentrazione di elettroni liberi per unità di volume $\left[\frac{1}{m^3}\right]$

n Alluminio

- L'alluminio ha 13 elettroni totali di cui 3 elettroni di valenza di cui (uno) è libero quindi:

n = Natomi → numero di atomi per unità di volume

densità alluminio = 2,7 gr/cm³

Peso atomico AE = 27 gr/mole

N_{AV} (numero avogadro) = $6,022 \cdot 10^{23}$ molecole/mole

→ $1\ cm^3$ di AE contiene $\frac{2,7}{27} = 0,1$ moli

numero molecole in $1\,m^3$ $= 0{,}1\ mol \cdot N_{AV} = 0{,}1\ mol \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} \frac{molecole}{mol} = 6{,}022 \cdot 10^{22}$ molecole

Dato che ho un elettrone libero per ogni molecola

$$n = 6{,}022 \cdot 10^{22}\ cm^{-3} = 6{,}022 \cdot 10^{28}\ m^{-3}$$



Modello di Drude

- Modello che descrive il movimento delle particelle cariche nei solidi, schematizzando gli elettroni come una nube di particelle di un gas perfetto. La velocità è proporzionale alla temperatura del solido

$$\frac{1}{2} m \langle |v| \rangle^2 = \frac{3}{2} k T$$

k costante di Boltzmann $k = 1{,}3806 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$

T temperatura assoluta

$\frac{1}{2} kT$ per ogni grado di libertà quindi in 3D è $\frac{3}{2} kT$

$$\langle |v| \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

→ questo è il valor medio del modulo delle velocità che assumono tutti gli elettroni liberi

- Ma dato che le velocità degli elettroni hanno direzione e verso casuali, la media vettoriale delle velocità è nulla in quanto per ogni velocità $(\vec{v}_i)$, ci darà un elettrone con velocità $(-\vec{v}_i)$

$$\langle \vec{v} \rangle = 0$$

- gli elettroni non mantengono la propria velocità indefinitamente, ma solo fino a che non subiscono un urto con un altro elettrone e ione del reticolo

- Si dice che urto termalizza, cioè cancella la memoria dell'elettrone in quanto dopo urto, la velocità vi che assume elettrone è completamente indipendente dalla velocità che aveva prima dell'urto.

Applico un campo elettrico $\vec{\mathcal{E}}$

- Quando applico un campo elettrico, gli elettroni risentono della sua influenza tra un urto e l'altro

$$\vec{F} = -q\vec{\mathcal{E}}$$

↑ ricorda che la carica dell'elettrone è negativa quindi risentono una forza in direzione opposta al campo elettrico

→ carica elementare $q = 1{,}602 \cdot 10^{-19} C$

- Se campo elettrico porta la velocità vettoriale media a non essere più nulla

- Applicando la terza dell'impulso $m\vec{v} = \vec{F} \cdot t = -q\vec{\mathcal{E}} \cdot t$ (?)

$$v_i(t) = v_i(0) - \frac{q\vec{\mathcal{E}}t}{m_0}$$

↑ velocità termica → velocità data dal campo elettrico

Quindi la velocità vettoriale media diventa

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\vec{v}_i - \frac{q\vec{\mathcal{E}}t_i}{m_0}\right) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\vec{v}_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} q\frac{\vec{\mathcal{E}}t_i}{m_0}$$

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\vec{v}_i = 0$

↳ numero elettroni

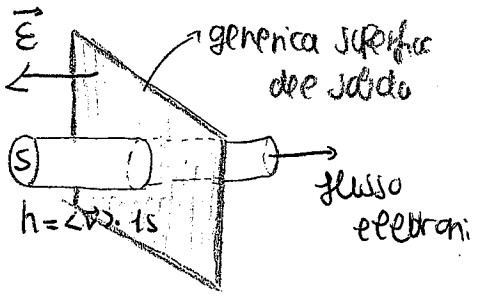
$$\langle \vec{v} \rangle = -\frac{q\vec{\mathcal{E}}}{m_0}\cdot\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i = -\frac{q\vec{\mathcal{E}}}{m_0}\cdot\tau = -\mu_n \cdot \vec{\mathcal{E}}$$

τ → tempo tra un urto e il successivo

$$[\mu_n] = \frac{m^2}{V \cdot s}$$

$\langle \vec{v} \rangle = -\mu_n \vec{\mathcal{E}}$ → mobilità degli elettroni

Legge di Ohm microscopica



- Suppongo di voler calcolare $\vec{J}$, cioè la corrente che scorre nel solido per unità di superficie, in un conduttore sottoposto a $\vec{E}$

- Considero una generica superficie del solido e prendo un cilindro con S unitaria

$$h = \langle \vec{v} \rangle \cdot 1s$$

Tutte le cariche che passano attraverso il cilindro hanno una velocità media di $\langle \vec{v} \rangle = -\mu_n \cdot \vec{E}$

$J = \frac{Q}{S \cdot t}$ (carica totale spostata; $t \to 1$ s)

$$\vec{J} = \frac{-q \cdot \text{numero elettroni nel cilindro}}{S_{(\text{base cilindro})} \cdot 1\,s} = \frac{-q \cdot n \cdot \text{volume cilindro}}{1 \cdot 1}$$

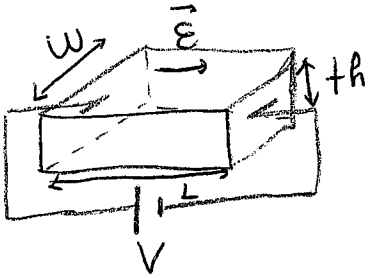
(n = n. volume; $S_{(\text{base cilindro})} \to 1$; $1\,s$ = secondo)

$$\vec{J} = \frac{-q \cdot n \cdot \cancel{1} \cdot \langle \vec{v} \rangle \cdot \cancel{1}}{1/\cancel{1}} = -q \cdot n \cdot (-\mu_n \cdot \vec{E}) = q \mu_n \cdot n \vec{E}$$

σ_n = conducibilità elettrica

$$\boxed{\vec{J} = \sigma_n \cdot \vec{E}}$$

Legge di Ohm macroscopica



Se il campo elettrico è dovuto tramite una differenza di potenziale, il potenziale viene direttamente da un estremo all'altro, e quindi il campo elettrico, essendo la sua derivata, è costante

$$\mathcal{E} = \frac{V}{L}$$

$$j = \sigma_n \cdot \mathcal{E} = \sigma_n \cdot \frac{V}{L} \longrightarrow j \cdot w \cdot th = \sigma_n \cdot \frac{V}{L} \cdot w \cdot th$$

$$I = j \cdot S = j \cdot w \cdot th \longrightarrow I = \frac{\sigma_n \cdot w \cdot th \cdot V}{L} \Rightarrow \boxed{V = RI}$$

$\frac{1}{R}$

τ per elettrone

$$\mu_n = \frac{q}{m_0} \cdot \tau \longrightarrow \tau = \frac{\mu_n m_0}{q}$$

m_0 → massa elettrone

$m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg

$q = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C

q → carica elettrica

$\mu_n = ?$

$n = 6{,}022 \cdot 10^{28}\ m^{-3}$

$\sigma_n = q \cdot \mu_n \cdot n$

$\sigma_n = \frac{1}{\rho_n}$

$\rho_n = 28\ \Omega\ nm$

$$\mu_n = \frac{\sigma_n}{q n} = \frac{q \frac{1}{\rho_n}}{n q} = 3{,}67 \cdot 10^{-3}\ m^2/V \cdot s$$

$$\tau = \frac{3{,}67 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}} = 2{,}08 \cdot 10^{-14}\ s$$

Cammino libero medio di un elettrone

È lo spazio di cui si sposta mediamente un elettrone tra un urto e le successivo ($T = 300\ K$, temperatura ambiente)

$$l = \langle |v| \rangle \cdot \tau = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \cdot \tau = \sqrt{\frac{3 \cdot 1{,}3806 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} \cdot 2{,}08 \cdot 10^{-14}$$

$$l = 2{,}93 \cdot 10^{-9}\ m = 2{,}43\ nm$$