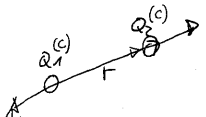
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

DISPOSITIVI

7/03 ARGOMENTI TRATTATI

1. FISICA DEI SEMICONDUTTORI DEI SOLIDI (INTRODUZIONE ⇒ AL 3° ANNO A SCELTA ELETTRONICA DELLO STATO SOLIDO SARÀ APPROFONDITO)
2. COMPORTAMENTI FISICI DI DIODI, TRANSISTOR BIPOLARI, TRANSISTOR FET ← V, I
3. APPLICAZIONI CIRCUITALI (NON APPROFONDITI)

PREREQUISITI MATEMATICA, ELETTROSTATICA



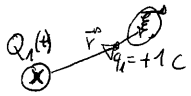
$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1 q_2}{r^2}$ $\quad (\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ F/m)$ $\quad \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

$\varepsilon_r(Si) = 11{,}9$ Si ⇒ 4° GRUPPO

$\varepsilon_r(SiO_2) = 3{,}9$ SiO_2 È QUASI PERFETTAMENTE ISOLANTE

ALTRI SEMICONDUTTORI UTILIZZATI IN DISPOSITIVI CHE HANNO BISOGNO DI ILLUMINARSI, SONO DATI DA COMBINAZIONI DEL 3° e DEL 5° GRUPPO

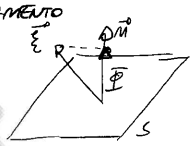
SI DEFINISCE IL CAMPO ELETTRICO



$\mathcal{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1}{r^2}$ $\quad [\mathcal{E}] = \frac{N}{C} = \frac{V}{m}$

$\vec{D} = \varepsilon\vec{\mathcal{E}}$ = VETTORE SPOSTAMENTO

FLUSSO DI UN VETTORE



$\Phi = \vec{\mathcal{E}} \cdot \hat{n} \cdot S$

È LA PROIEZIONE DI $\vec{\mathcal{E}}$ SU $\hat{n}$ MOLTIPLICATO PER LA SUPERFICIE

PRESO UN CORPO CON CARICHE ALL'INTERNO



$\rho \rightarrow \left[\frac{C}{m^3}\right]$ o $\left[\frac{C}{cm^3}\right]$ $\quad \rho$ = DENSITÀ DI CARICA ELETTRICA

$Q = \int_V \rho(\vec{r})\,dV$



$\Phi = \int_S \vec{\mathcal{E}} \cdot \hat{n}\,dS$

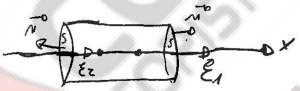
$\left(\phi = \frac{n^\circ \text{ DI PARTICELLE}}{s\,m^2}\right)$ $\quad J = \frac{C}{m^2 s}$ $\quad J = -q\phi$ $\quad q = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ C$

J È LA CARICA CHE PASSA PER UNITÀ DI SUPERFICIE

TEOREMA DI GAUSS ⇒ $\Phi = \int_{S_{CHIUSA}} \vec{\mathcal{E}} \cdot \hat{n}\,dS = \frac{Q_{INT}}{\varepsilon}$ ⇒ $\phi = \int_S \vec{D} \cdot \hat{n}\,dS = Q = \int_V \rho(\vec{r})\,dV$

$\rightarrow \int_S \vec{\mathcal{E}} \cdot \hat{n}\,dS = \frac{\int_V \rho(\vec{r})\,dV}{\varepsilon}$

FAREMO RIFERIMENTO A DEI SISTEMI MONODIMENSIONALI



$\vec{\mathcal{E}} = (\mathcal{E}_x, \mathcal{E}_y, \mathcal{E}_z) = \mathcal{E}_x$

$\phi = \mathcal{E}_1 S - \mathcal{E}_2 S = Q$

TRIDIMENSIONALMENTE: $\vec{\mathcal{E}} = \begin{bmatrix}\mathcal{E}_x \\ \mathcal{E}_y \\ \mathcal{E}_z\end{bmatrix}$ ⇒ DIVERGENZA $\nabla \cdot \vec{\mathcal{E}} = \frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial z}$ $\quad \left(\nabla = \begin{bmatrix}\partial_x \\ \partial_y \\ \partial_z\end{bmatrix}\right)$



SECONDO LA PRIMA IDENTITÀ DI GREEN (CONVERTE IL FLUSSO DI UN VETTORE SU UNA SUP. CHIUSA IN UN INTEGRALE DI VOLUME. IN QUANTO LA DIVERGENZA DI UN VETTORE È IL FLUSSO IN UNA SUPERFICIE CHIUSA ELEMENTARE)

$\int_S \vec{\mathcal{E}} \cdot \hat{n}\,dS = \frac{\int_V \rho(\vec{r})\,dV}{\varepsilon}$ ⟶ FORMA DIFFERENZIALE DEL TEOREMA DI GAUSS $\int_V \nabla \cdot \vec{\mathcal{E}}\,dV = \frac{\int_V \rho(\vec{r})\,dV}{\varepsilon}$ ⇒ $\nabla \cdot \vec{\mathcal{E}} = \frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon}$ $\quad \nabla \cdot \vec{D} = \rho(\vec{r})$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

DIFFERENZA DI POTENZIALE



$\mathcal{L}_{A\to B} = V_A - V_B = \int_l \vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{t}\,dl$ ($\vec{t}$ TANGENTE)

$[V] = \frac{\text{ENERGIA}}{\text{CARICA}} = \left[\frac{J}{C}\right]$

FISSATO UN PUNTO DI RIFERIMENTO SI PUÒ TROVARE IL POTENZIALE IN UN PUNTO ⇒ $V(\vec{r}) = V(\vec{r}) - V_{(RIFERIMENTO)}$

(GRADIENTE) $\nabla V(\vec{r}) = -\vec{\mathcal{E}}$ $\quad \begin{bmatrix}\frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial V}{\partial z}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\mathcal{E}_x \\ -\mathcal{E}_y \\ -\mathcal{E}_z\end{bmatrix}$ ⇒ UNIDIMENSIONALE ⟶ $-\frac{dV}{dx} = \mathcal{E}_x$

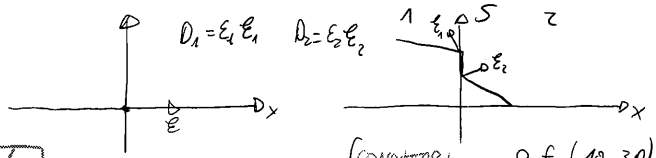
$\begin{cases}\nabla \cdot \vec{\mathcal{E}} = \frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon} \\ \vec{\mathcal{E}} = -\nabla V\end{cases}$ ⇒ $\nabla \cdot (-\nabla V) = \frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon}$ ⇒ $\boxed{\nabla^2 V = -\frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon}}$ EQUAZIONE DI POISSON

CON $\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$

IN UNA DIMENSIONE ⟶ $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{-f(x)}{\varepsilon}$

⇒ TEOREMA DI GAUSS DIFFERENZIALE IN CUI ABBIAMO SOSTITUITO IL CAMPO ELETTRICO LA FUNZIONE POTENZIALE

DISPOSITIVI



$D_1 = D_2$ $\quad \mathcal{E}_2 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\mathcal{E}_1 \Rightarrow$ IL CAMPO ELETTRICO PUÒ ESSERE DISCONTINUO

3/03 ± **MATERIALI** SI DIVIDONO IN
- CONDUTTORI: $\rho \in (10-30)\ 10^{-9}\ n\Omega\cdot m$ → METALLI
- SEMICONDUTTORI: $\rho \in (1-100)\ \Omega\cdot mm$ → DISPOSITIVI ELETTRONICI e CIRCUITI INTEGRATI (CHIP)
- ISOLANTI: $\rho > 10^9\ \Omega\cdot m$

UN MATERIALE, DAL PUNTO DI VISTA ELETTRICO, SI QUALIFICA ATTRAVERSO IL PARAMETRO FONDAMENTALE ρ = RESISTIVITÀ

$\sigma = \frac{1}{\rho}$ = CONDUCIBILITÀ

LA RESISTIVITÀ E LA CONDUCIBILITÀ VENGONO DETERMINATE DA DUE FATTORI. IL PRIMO È DOVUTO DALLE CARICHE LIBERE DEL MATERIALE CHE SI MUOVONO E CHE SOTTO L'EFFETTO DI UN CAMPO ELETTRICO POSSONO RIDISTRIBUIRSI, CONDUCENDO ELETTRICITÀ

PER ESEMPIO L'Al CHE È DEL III° GRUPPO ⇒ VALENZA = 3 → 2 DEI QUALI SONO INUTILI AI FINI DELLA CONDUZIONE; 1 RIMANE LIBERO DI MUOVERSI } ANCHE SE GLOBALMENTE IL PEZZO DI Al HA CARICA NEUTRA

- PRIMO PARAMETRO IMPORTANTE CHE DETERMINA σ È n = CONCENTRAZIONE DI ELETTRONI DISPONIBILE PER LA CONDUZIONE, CIOÈ LA CONCENTRAZIONE DI ELETTRONI LIBERI DI MUOVERSI ALL'INTERNO DEL SUOLO

$n = \frac{\text{N° di elettroni LIBERI (che si muovono)}}{\text{VOLUME}}$ $\quad [n] = \frac{1}{m^3}\ ;\ \frac{1}{cm^3}$

Al: $\sigma = 35\cdot 10^6\ \Omega^{-1}m^{-1}$; $\rho = 28\cdot 10^{-9}\ \Omega\cdot m$ LA CONDUCIBILITÀ È COSÌ ELEVATA PERCHÈ È ALTO n

(cm^{-3}) (cm^{-3}) → NUMERO DI ATOMI PER UNITÀ DI VOLUME PERCHÈ NELL'Al UN SOLO ELETTRONE È LIBERO DI MUOVERSI

$n = N_{Al}$

DENSITÀ DI Al $= 2{,}7\ g/cm^3$ $\quad PA(Al) = 27\ g/mol$ $\quad N_{Av} = 6{,}022\cdot 10^{23}$ ATOMI (o molecole) PER MOLE

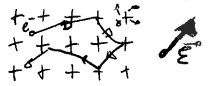
$N_{Al\ (cm^{-3})} = N_{Av}\cdot N_{mol} = 6{,}022\cdot 10^{23}\cdot \frac{d}{PA(Al)} = 6{,}02\cdot 10^{22}\ cm^{-3} = 6{,}02\cdot 10^{28}\ m^{-3} = n$ ⇒ NUMERO DI ATOMI IN $1\ cm^3$ DI Al

(CALCOLARE n NEI SEMICONDUTTORI È PIÙ DIFFICILE POICHÈ DIPENDE DALLA TEMPERATURA E PERCHÈ NEI SEMICONDUTTORI n PUÒ ESSERE CONTROLLATO ATTRAVERSO PROCESSI DI DROGAGGIO)

- LA CONDUCIBILITÀ È LEGATA AD n MA ANCHE DA UN'ALTRO PARAMETRO LEGATO AL FATTO DELLA PRESENZA DI UN CAMPO ELETTRICO POICHÈ IN QUESTO CASO TUTTI GLI ELETTRONI VENGONO ACCELERATI DALLA FORZA GENERATA DAL CAMPO ELETTRICO

$\vec{J} = \sigma\vec{\mathcal{E}}$ $\quad \vec{F}_{el} = -q\vec{\mathcal{E}}$ $\quad (q = 1{,}602\cdot 10^{-19})$ = CARICA ELEMENTARE IN MODULO

MODELLO DI DRUDE → SCHEMATIZZÒ UN RETICOLO DI IONI Al^+ e GLI ELETTRONI CHE SI MUOVONO NEL RETICOLO SUBENDO CONTINUAMENTE DEGLI URTI CON GLI ATOMI DEL RETICOLO E TRA LORO



CHI È CHE FA MUOVERE GLI ELETTRONI?

LA TEMPERATURA È CAUSA DI AGITAZIONE DELLE MOLECOLE DI UN GAS, QUINDI DRUDE SUPPOSE CHE IL COMPORTAMENTO DEGLI ELETTRONI SIA SIMILE A QUELLO DELLE MOLECOLE DI UN GAS

NELLE MOLECOLE DI UN GAS, L'ENERGIA CINETICA MEDIA DI UNA MOLECOLA È $\frac{1}{2}KT$ PER OGNI GRADO DI LIBERTÀ ⇒ $\frac{3}{2}KT$

$\frac{1}{2}m\overset{\text{MEDIA}}{\langle v\rangle^2} = \frac{3}{2}kT$ $\quad$ QUINDI LA VELOCITÀ MEDIA DI TUTTI GLI ELETTRONI ⇒ $\langle v\rangle = \sqrt{3\frac{kT}{m_0}}$ CHE È LEGATA ALLA TEMPERATURA

CON $m_0 = 9{,}101\cdot 10^{-31}\ Kg$ $\quad K = 1{,}38\cdot 10^{-23}\ J/K$ $\quad T_{(ambiente)} = 300\ K$

URTO TERMALIZZANTE:

DRUDE SI INVENTÒ UN MODO PER SCHEMATIZZARE L'URTO DI UN ELETTRONE CON UN ATOMO DEL RETICOLO O CON UN ALTRO ELETTRONE, ASSUNSE L'URTO PERFETTO, OVVERO DOPO L'URTO L'ELETTRONE SI DICE TERMALIZZATO, CIOÈ DOPO L'URTO PERDE MEMORIA DI TUTTO CIÒ CHE C'ERA PRIMA ED ESCE DALL'URTO CON UNA VELOCITÀ DEL TUTTO NUOVA SEMPRE RISPETTANDO IL FATTO CHE LA VELOCITÀ MEDIA SIA QUELLA

PRENDENDO UN "i" ELETTRONE → $\langle v\rangle = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|v_i| = \sqrt{\frac{3KT}{m_0}}$

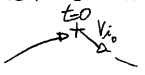
L'ENERGIA CINETICA MEDIA CONSIDERA ANCHE IL FATTO CHE GLI IONI OSCILLANO ATTORNO ALLA LORO POSIZIONE DI EQUILIBRIO.
QUESTE OSCILLAZIONI DIPENDONO DALLA TEMPERATURA, INFATTI SE È SUFFICIENTEMENTE ALTA, GLI IONI SI STACCANO DALL'EQUILIBRIO DIVENTANDO LIQUIDO

SE FACCIO LA MEDIA DELLE VELOCITÀ, CIOÈ LA MEDIA VETTORIALE, QUESTA È $\vec{0}$. PERCHÈ SE AD UN CERTO i HA UN ELETTRONE CON VELOCITÀ $\vec{v}_i$, CI SARÀ UN ALTRO ELETTRONE CON $\vec{v}_k = -\vec{v}_i$

⇒ $\langle\vec{v}\rangle = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\vec{v}_i = \vec{0}$

PRENDENDO UNA SEZIONE PASSANO CARICHE DA ENTRAMBI I SENSI ⇒ CARICA MEDIA È 0 E QUINDI ANCHE LA CORRENTE

- COSA SUCCEDE SE APPLICO UN CAMPO ELETTRICO?



QUESTO ELETTRONE DEVIA LA SUA TRAIETTORIA SOTTO L'EFFETTO DEL CAMPO ELETTRICO
⇒ $v_i(t)$ VARIA A CAUSA DEL CAMPO ELETTRICO

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

DISPOSITIVI

DAL TEOREMA DELL' IMPULSO: $m\Delta V = Ft$

$$\Delta\vec{V} = \frac{\vec{F}}{m}t = \frac{-q\vec{\mathcal{E}}}{m}t \Longrightarrow \vec{V}_i(t) = \vec{V}_{i0} - \frac{q}{m}\vec{\mathcal{E}}t$$

QUINDI QUALSIASI ELETTRONE i-ESIMO MODIFICA LA SUA VELOCITÀ CON IL TEMPO

QUESTA MODIFICA TRA UN URTO E IL SUCCESSIVO È UGUALE PER TUTTI GLI ELETTRONI

LA VELOCITÀ MEDIA TOTALE DIVENTA $\Longrightarrow \langle\vec{V}\rangle = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\vec{V}_{i0} - \frac{q}{m}\vec{\mathcal{E}}t_i\right)$ DOVE IL t_i È IL TEMPO PERCORSO DALL'ULTIMO URTO DI CIASCUN ELETTRONE

SUPPONENDO URTO TERMALIZZATO $\langle\vec{V}\rangle = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\vec{V}_{i0} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{q}{m}\vec{\mathcal{E}}t_i$

$\Rightarrow$ LA SOMMA VETTORIALE DELLE VELOCITÀ SOTTO L'EFFETTO DEL CAMPO ELETTRICO $\Longrightarrow \langle\vec{V}\rangle = -\frac{q}{m}\vec{\mathcal{E}}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}t_i\right) = -\frac{q}{m}\vec{\mathcal{E}}\tau$

L'ELETTRONE ESCE DALL'URTO CON LA SUA VELOCITÀ TERMICA $\vec{V}_{i0}$ (CHE DIPENDE SOLO DALLA TEMPERATURA), VIENE ACCELERATO DAL CAMPO ELETTRICO PER UN CERTO TEMPO t_i E POI SUBISCE UN NUOVO URTO. NON SAPPIAMO t_i PERCHÉ OGNI ELETTRONE HA IL SUO. PERÒ POSSIAMO CALCOLARE τ CHE È IL TEMPO MEDIO CHE OGNI ELETTRONE PERCORRE TRA UN URTO E QUELLO SUCCESSIVO

$\Rightarrow \tau =$ TEMPO MEDIO TRA GLI URTI $=$ TEMPO DI RILASSAMENTO (DIPENDE DALLA TEMPERATURA, CIOÈ DA QUANTO VELOCEMENTE GLI ELETTRONI SI MUOVONO TRA UN URTO E UN ALTRO)

(NOI ASSUMEREMO CAMPI ELETTRICI ABBASTANZA PICCOLI IN MODO TALE CHE τ DIPENDA SOLO DALLA TEMPERATURA)

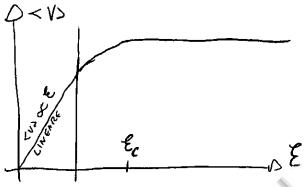
E CHE IL ΔV DOVUTO DAL CAMPO È MOLTO PIÙ PICCOLO DI QUELLO DOVUTO ALLA TEMPERATURA

- DEFINIZIONE DI MOBILITÀ = È IL COEFFICIENTE CHE LEGA IL CAMPO ELETTRICO E LA VELOCITÀ MEDIA DEGLI ELETTRONI CON QUESTA RELAZIONE: $\langle\vec{V}\rangle = \mu_m\vec{\mathcal{E}}$

$$\mu_m = \frac{q}{m_0}\tau$$

DOVE m_0 È LA MASSA DELL'ELETTRONE LIBERO A RIPOSO E q LA SUA CARICA, MENTRE τ È UN PARAMETRO CHE DIPENDE DALLA TEMPERATURA E DAL MATERIALE

IN QUASI TUTTO IL CORSO STAREMO NEL CASO IN CUI LA VELOCITÀ MEDIA = VELOCITÀ DI TRASCINAMENTO = VELOCITÀ DI DRIFT È LA VELOCITÀ CHE ASSUMANO GLI ELETTRONI SOTTO L'EFFETTO DI UN CAMPO ELETTRICO

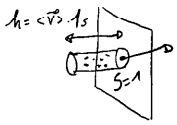


IN TUTTA LA PARTE DEL CORSO ASSUMEREMO CHE $\langle V\rangle \propto \vec{\mathcal{E}}$

PER $\mathcal{E} > \mathcal{E}_c \Rightarrow \langle V\rangle$ COSTANTE

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

PRENDENDO UNA SEZIONE E METTENDO UN CAMPO ELETTRICO, GUARDO COSA SUCCEDE AL NUMERO MEDIO DI ELETTRONI CHE ATTRAVERSANO LA SUPERFICIE NELL'UNITÀ DI TEMPO



TUTTI GLI ELETTRONI CHE SI TROVANO NEL CILINDRO, ATTRAVERSANO LA SUPERFICIE IN 1 SECONDO SOTTO L'AZIONE DEL CAMPO ELETTRICO

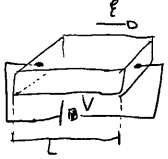
$$\frac{n°el}{S\cdot m^2} = \frac{\langle\vec{V}\rangle 1s\, m^2}{\text{VOLUME}} \qquad \left(\frac{1}{m^2}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{J} = -q\langle\vec{V}\rangle\cdot n = -q\left(-\frac{q}{m_0}\tau\right)\vec{\mathcal{E}}\cdot n = q\mu_m n\vec{\mathcal{E}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma = q\mu_m n}$$

LA CORRENTE È SEMPRE CONCORDE CON $\vec{\mathcal{E}}$. SE I PORTATORI SONO ELETTRONI, LA VELOCITÀ MEDIA È OPPOSTA AD $\vec{\mathcal{E}}$

QUESTA È LA LEGGE DI OHM $\Rightarrow$



$$\vec{\mathcal{E}} = \mathcal{E}_x = \frac{V}{L} \qquad I \to J = \frac{I}{A} = \underbrace{\sigma}_{q\mu_m n}\cdot\frac{V}{L} \Rightarrow V = \frac{1}{q\mu_m n}\frac{L}{A}I = R\cdot I$$

(CORRENTE DI TRASCINAMENTO)

DOVE $R = \frac{1}{q\mu_m n}\cdot\frac{L}{A}$

$$\sigma = q\mu_m n \to \rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{q\mu_m n} \Rightarrow R = \rho\frac{L}{A}$$

ESE $\rho_{Al} = 28{,}2\cdot10^{-9}\ \Omega\cdot m \qquad \sigma_{Al} = 35\cdot10^{6}\ \Omega^{-1}m^{-1} \qquad n = 6{,}02\cdot10^{22} \qquad q\mu_m n = 35\cdot10^{6}$

$$\Rightarrow \mu_m = \frac{35\cdot10^{6}}{q\,n} = 0{,}003676\ m^2/Vs \qquad \text{SICCOME } \mu_m = \frac{q}{m_0}\tau \Rightarrow \tau = \mu_m\frac{m_0}{q} = 2{,}1\cdot10^{-14}\,s = 21\,fs$$

QUESTA μ_m NON È ELEVATA, INFATTI NEI CONDUTTORI LA MOBILITÀ È ALMENO 2 ORDINI DI GRANDEZZA PIÙ GRANDE. L'Al È UN BUON CONDUTTORE NON PER LA MOBILITÀ, MA PERCHÉ CI SONO TANTI ELETTRONI

NEI SEMICONDUTTORI GLI ELETTRONI NON SONO DEL TUTTO LIBERI, MA DIPENDONO ANCHE DALL'ATTRAZIONE DELLO IONE

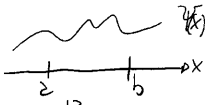
QUANDO SI VA A SCALE NANOMETRICHE SI STUDIA IL COMPORTAMENTO QUANTISTICO DEGLI ELETTRONI PERCHÉ NON POSSIAMO PIÙ CONSIDERARE L'ELETTRONE COME PARTICELLA

DISPOSITIVI

QUINDI ANDREMO A STUDIARE LA MECCANICA QUANTISTICA. UNO DEI SUOI FONDAMENTI E' CHE NON POSSO CONOSCERE CON PRECISIONE ASSOLUTA LA POSIZIONE E LA VELOCITA' DI UNA PARTICELLA. O CONOSCO UNA O L'ALTRA, SE VOGLIO CONOSCERE UN PO' DI ENTRAMBE HO UNA INCERTEZZA SULLA POSIZIONE Δx E UNA SULLA QUANTITÀ DI MOTO Δp.
IL LORO PRODOTTO DEVE ESSERE $\Delta x \, \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$ DOVE h = COSTANTE DI PLANK = $6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J·s E $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

QUINDI NEI SEMICONDUTTORI NON SI PUÒ PIÙ ASSUMERE CHE L'ELETTRONE SI COMPORTI COME LE MOLECOLE DI UN GAS, MA DOVREMO SOSTANZIALMENTE STUDIARE IL PRINCIPIO DI INDETERMINAZIONE. NON E' PIÙ UN PROBLEMA DETERMINISTICO, MA PROBABILISTICO
UNO DEI MODI PER RAPPRESENTARLA:
⇒ EQUAZIONE DI SCHRÖDINGER $-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\vec{r}) + U(\vec{r})\psi(\vec{r}) = E\,\psi(\vec{r})$ (30)
ENERGIA POTENZIALE DELL'ELETTRONE $= -qV(\vec{r})$ — ENERGIA TOTALE DELL'ELETTRONE

$\psi(\vec{r})$ = FUNZIONE D'ONDA



L'INDETERMINAZIONE DI UN ELETTRONE E' ASSOCIATA AD UNA FUNZIONE D'ONDA

IN 1 DIMENSIONE $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + U(x)\psi(x) = E\,\psi(x)$ DENSITÀ DI PROBABILITÀ: $|\psi(x)|^2$

LA PROBABILITÀ CHE LA PARTICELLA SI TROVI TRA a E b ⇒ $P(a \leq x \leq b) = \int_a^b |\psi(x)|^2 dx$ ⇒ $P(-\infty \leq x \leq \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$

PERCHÈ VIENE CHIAMATA EQUAZIONE D'ONDA? ⟶ SUPPONIAMO DI AVERE $U(x) = 0$
$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi$ $\quad \psi(x) = Ae^{\alpha_1 x} + Be^{\alpha_2 x}$ $\quad -\frac{\hbar^2}{2m}\alpha^2 = E$ $\quad \alpha^2 = -\frac{2mE}{\hbar^2}$ $\quad \alpha_{1,2} = \pm i\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$
SI DEFINISCE $K = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ ⇒ $\psi(x) = Ae^{iKx} + Be^{-iKx}$ ⇒ $\boxed{\psi(x) = C\,\mathrm{sen}(Kx + \theta)}$ ⟶ EQUAZIONE D'ONDA

$[x] = m$ ⇒ $[k] = m^{-1}$ $\quad K$ = VETTORE D'ONDA
$K = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\quad \lambda$ = LUNGHEZZA D'ONDA $[m] = \frac{2\pi}{K} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}}$ DATO UN ELETTRONE CON ENERGIA E, A QUESTO SI PUÒ ASSOCIARE LA SUA LUNGHEZZA D'ONDA

SE IO HO UN CERTO ELETTRONE ⟶ $E_{(CLASSICA)} = \frac{1}{2}mv^2$ ⟶ $E = \frac{p^2}{2m}$ ($p = m \cdot v$)
PER PASSARE ALLA ENERGIA QUANTISTICA SI ASSUNSE: $\boxed{p = \hbar K}$ ⇒ $E = \frac{\hbar^2 K^2}{2m}$ ⟶ UGUALE ALLA SOLUZIONE DI SCHRODINGER CON $U(x) = 0$, $K = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$

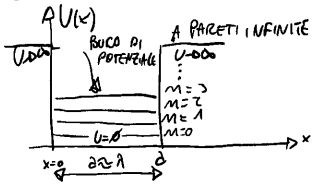
$p = \hbar K = \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{h}{\lambda}$ ⇒ $\boxed{\lambda = \frac{h}{p}}$ IN QUESTO MODO POSSIAMO RAPPRESENTARE UNA PARTICELLA CON UN'EQUAZIONE D'ONDA

6/03
SUPPONIAMO $E = 1eV$

($1eV$ È UN'UNITÀ DI MISURA DELL'ENERGIA ⟶ È L'ENERGIA CHE L'ELETTRONE ACQUISTA QUANDO VIENE ACCELERATO DA UNA d.d.p DI 1 VOLT
$1eV = 1_q \cdot 1V = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 1V = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,J$)

$K = \sqrt{\frac{2m \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,J}{\left(\frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{2\pi}\right)^2}}$ ($m \approx 9{,}1 \cdot 10^{-31}$) $\quad \lambda = \frac{2\pi}{K} = 1{,}23\,nm$ ⇒ L'ELETTRONE È A RIPOSO, ACCELERA IN 1V, LA SUA LUNGHEZZA D'ONDA FINALE È DELL'ORDINE DEL NATIVO METRO. [L'ELETTRONE NON SI COMPORTA PIÙ COME PARTICELLA QUANDO LE DIMENSIONI IN GIOCO SONO DELL'ORDINE DEL NANOMETRO]

CASO MONODIMENSIONALE CON UNA BUCA DI POTENZIALE MOLTO GRANDE E ASSUMIAMO IL FONDO DELLA BUCA COME RIFERIMENTO



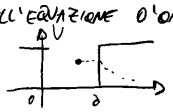
$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi$ SE $x \in (0,a)$ CIOÈ DOVE $U = -qV = 0$
ALTRIMENTI $\psi = 0$ CIOÈ DOVE $U \to +\infty$ ⇒ $x \notin (0,a)$ (UN ELETTRONE IN CIMA CON UN POTENZIALE MOLTO ELEVATO NON C'È, QUINDI L'EQUAZIONE D'ONDA È 0)

$\begin{cases} -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi & x \in (0,a) \\ \psi = 0 & x \notin (0,a)\ (U \to \infty) \end{cases}$ $\quad \begin{cases} \psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & x \in (0,a) \\ \psi(0) = 0 \\ \psi(a) = 0 \end{cases}$ CONDIZIONI AL CONTORNO

⇒ $\psi(0) = 0$ ⇒ $A = -B$ ⇒ $\psi(x) = C\,\mathrm{sen}(kx)$
$\psi(a) = 0$ ⇒ $C\,\mathrm{sen}(ka) = 0$ ⇒ $Ce^{ka} - Ce^{-ika} = 0$ ⇔ $k \cdot a = n\pi$ $\quad n \in \mathbb{Z}$ $\quad k = \frac{n\pi}{a}$

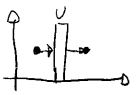
LE CONDIZIONI AL CONTORNO NON MI DANNO LA SOLUZIONE, MA MI DICONO CHE SE C'È QUALCHE SOLUZIONE, C'È SOLTANTO PER QUALCHE VALORE DEL VETTORE D'ONDA
CIOÈ PER $x \in (0,a)$ ⇒ $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2\pi^2 n^2}{2ma^2} = \frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}n^2$ ⇒ LA SOLUZIONE DELL'EQUAZIONE D'ONDA ESISTE SOLTANTO PER CERTI VALORI DI LIVELLI DI ENERGIA
⇒ LE SOLUZIONI POSSIBILI SONO TANTE (DIPENDONO DA n), MA SONO DISCRETIZZATI

SE LA CADUTA DI POTENZIALE NON È INFINITA, LA SOLUZIONE DELL'EQUAZIONE D'ONDA È DI TIPO ESPONENZIALE DECRESCENTE E SUCCEDE CHE LA PARTICELLA PENETRA LA BARRIERA DI POTENZIALE



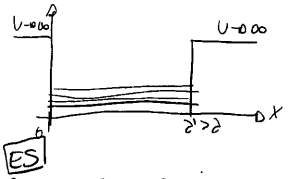
DISPOSITIVI

SE LA BARRIERA DI POTENZIALE È ABBASTANZA SOTTILE E NON ALTISSIMA, RISOLVENDO L'EQUAZIONE D'ONDA, C'È LA PROBABILITÀ (NON NULLA) DI TROVARE L'ELETTRONE ANCHE DALL'ALTRA PARTE (ANCHE SE LA PROBABILITÀ È MOLTO BASSA)



QUESTO FENOMENO SI CHIAMA EFFETTO TUNNEL

- COSA SUCCEDE SE AUMENTO LA BUCA (a)?



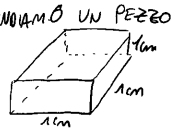
SUCCEDE CHE SI OTTIENE LA STESSA SOLUZIONE, MA I LIVELLI SONO PIÙ FITTI

LA SPAZIATURA TRA I LIVELLI VARIA COME $\frac{1}{a^2}$

ES: $a = 2nm \Rightarrow n=1 \rightarrow 0{,}00\ eV$
$n=2 \rightarrow 0{,}38\ eV$
$n=3 \rightarrow 0{,}85\ eV$ ecc...

AD OGNI VALORE DISCRETO DI ENERGIA PERMESSA CORRISPONDE UNO STATO POSSIBILE (PERMESSO). SECONDO IL PRINCIPIO DI ESCLUSIONE DI PAULI, CIASCUN STATO PERMESSO PUÒ OSPITARE AL PIÙ DUE ELETTRONI

PRENDIAMO UN PEZZO DI METALLO (Al) MACROSCOPICO



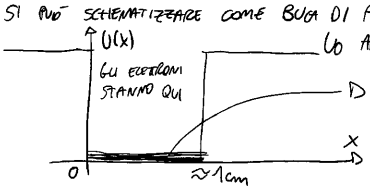
LE DIMENSIONI CI PERMETTONO PENSARE AGLI ELETTRONI COME PARTICELLE

MODELLO PER RAPPRESENTARLO:

SO CHE GLI ELETTRONI SONO LIBERI DI MUOVERSI ALL'INTERNO, MA NON POSSONO USCIRE.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

SI PUÒ SCHEMATIZZARE COME BUCA DI POTENZIALE



U_0 ABBASTANZA GRANDE

⇒ LA SPAZIATURA TRA I LIVELLI È PICCOLISSIMA!! (a È GRANDE (PRIMA DELL'ORDINE DEL mm))

IN REALTÀ I LIVELLI SI VEDONO, ANCHE SE NEI METALLI NON SONO IMPORTANTI, NEI SEMICONDUTTORI SONO IMPORTANTI E QUINDI BISOGNA TENERLI DI CONTO

PRIMA QUELLO CHE DISCRIMINA I VARI LIVELLI È UN NUMERO INTERO (n) FINO A ∞ ⇒ HO INFINITI LIVELLI MA SONO DISTANZIATI IN MANIERA FINITA E SONO DISTESI COME L'ATOMO DI IDROGENO

NEL CASO INVECE DEI METALLI E DEI SEMICONDUTTORI, RAPPRESENTO TANTI LIVELLI UNO SOPRA L'ALTRO. QUINDI INVECE CHE CONTARLI SI PREFERISCE DEFINIRE UNA FUNZIONE DENSITÀ DEGLI STATI. CIOÈ IL ($n°$ DI STATI PER UNITÀ DI VOLUME PER UNITÀ DI ENERGIA)

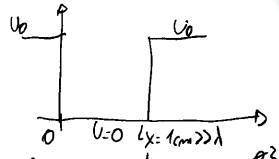
È UN NUMERO MOLTO GRANDE, MA FINITO ED È QUELLO CHE VOGLIAMO CALCOLARE

$$D(E) = \frac{n° \text{ DI STATI}}{\text{VOLUME} \cdot \text{ENERGIA}} \qquad [D(E)] = \frac{1}{J\,m^3};\ \frac{1}{eV\,m^3}$$

⇒ CIOÈ TRA 0eV e 1eV CI SONO $D(1eV)$ STATI

[PUNTO CHIAVE DELLA COMPRENSIONE DELLA FISICA DEI DISPOSITIVI È CALCOLARE $D(E)$]

↳ RISOLVIAMO L'EQUAZIONE D'ONDA DI SCHRÖDINGER



U_0 È LA BARRIERA DI POTENZIALE CHE TIENE INSIEME GLI ELETTRONI DEL SOLIDO

SICCOME DOBBIAMO RISOLVERE L'EQUAZIONE D'ONDA DI SCHRÖDINGER DENTRO IL METALLO, CONVIENE PRENDERE $U=0$ DENTRO LA BUCA DI POTENZIALE (POTREI PRENDERLO = 150 e POI METTERE LA BARRIERA A U_0+150) IN MANIERA TALE CHE U_0 SIA PROPRIO LA DIFFERENZA DI POTENZIALE CHE DEVONO SUPERARE GLI ELETTRONI PER SCAPPARE FUORI DAL METALLO

$$\Rightarrow 0<x<L_x \Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + \emptyset \cdot U_0 = E\psi \Rightarrow \begin{cases} \psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & x\in(0,L_x) \\ \text{CONDIZIONI AL CONTORNO} \end{cases}$$

NEL CASO DI LUNGHEZZE MACROSCOPICHE (L_x), LE CONDIZIONI AL CONTORNO CHE SI SCELGONO SONO LE COSIDETTE CONDIZIONI AL CONTORNO PERIODICHE: CIOÈ PRENDO UN PUNTO A CASO DEL SOLIDO ($\emptyset$), PRENDO UN ALTRO PUNTO A CASO MOLTO DISTANTE (L_x), SICCOME IL SOLIDO DEVE ESSERE UNIFORME, LA FUNZIONE D'ONDA IN $\emptyset$ DEVE ESSERE UGUALE A QUELLA DI L_x

$$\Rightarrow \psi(\emptyset) = \psi(L_x) \Rightarrow Ae^{-ik\emptyset} + Be^{-ik\emptyset} = Ae^{ikL_x} + Be^{-ikL_x} \Leftrightarrow e^{ik\emptyset} = e^{ikL_x} \Rightarrow 1 = e^{ikL_x} \Rightarrow kL_x = n2\pi$$

(VERA PER MULTIPLO INTERO)

$$\Rightarrow \boxed{k = n\frac{2\pi}{L_x}}$$

PRIMA ka DEVE ESSERE UN MULTIPLO INTERO DI π. ORA SICCOME È PERIODICA, E L'ESPONENZIALE DEVE ESSERE LO STESSO IN $\emptyset$ E IN L_x (SIA POSITIVO CHE NEGATIVO) ⇒ k DEVE ESSERE UN MULTIPLO INTERO DI 2π

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{CONDIZIONE AL CONTORNO SUL VETTORE D'ONDA IN UN SOLIDO DI DIMENSIONI MICROSCOPICA} \rightarrow k = n\frac{\pi}{a} \\ \text{CONDIZIONE AL CONTORNO SUL VETTORE D'ONDA IN UN SOLIDO DI DIMENSIONI MACROSCOPICA} \rightarrow k = n\frac{2\pi}{L_x} \end{cases}$$

PER IL SOLIDO IN (3D) $\Rightarrow k_x = n\frac{2\pi}{L_x};\ k_y = n\frac{2\pi}{L_y};\ k_z = n\frac{2\pi}{L_z}$

LE CONDIZIONI AL CONTORNO NON DANNO LA SOLUZIONE DELL'EQUAZIONE D'ONDA, MA DANNO I VALORI DI k AMMISSIBILI PER LA SOLUZIONE DELL'EQUAZIONE D'ONDA. PER TROVARE LA SOLUZIONE, BISOGNA TROVARE A e B CON LA CONDIZIONE DI NORMALIZZAZIONE

$$\Rightarrow \int_V |\psi_{(\vec{r})}|^2 dV = 1$$